Kvázi-monokromatikus gravitációs hullámok keresése idő-frekvencia térben

Diplomamunka

Raffai Péter

témavezetők:

Frei Zsolt
Eötvös Loránd Tudományegyetem, Atomfizikai Tanszék

Márka Szabolcs
Columbia University, Pupin Laboratories, New York

Eötvös Loránd Tudományegyetem
2006. május 29.

Tartalomjegyzék

Bevezetés

A csillagászati megfigyelések döntő többsége napjainkig elektromágneses (EM) sugárzás detektálásán alapult. Mindazon ismereteket, amelyeket Világegyetemünkről csillagászati, galaktikus és extragalaktikus méretekben eddig tudunk, beleértve az Univerzum kozmológiáját, asztrofizikai objektumainak fejlődéstörténetét, döntő részt ilyen, az elektromágneses spektrum feltérképezése, EM-hullámok detektálása - pl. távcsöves megfigyelések - révén nyertük.

Könnyen belátható azonban, hogy a négy természeti kölcsönhatás (elektromágneses, erős, gyenge és gravitációs) közül csupán az egyik felhasználásával információszerzésre korlátozott lehetőségeink vannak. A XX. században az atom-, a mag- és részecskefizika fejlődésével, a részecskegyorsítókban végzett kísérletek révén lehetőségünk nyílt arra, hogy az információszerzés körébe az erős- és gyenge kölcsönhatásokat is bevonjuk. Ha ezzel - a kölcsönhatások általában rövid hatótávolsága miatt - konkrét asztrofizikai objektumokból nem is vagyunk képesek közvetlen információt nyerni, az Univerzum történetének kísérleti úton megismerhető időtartamát sikerült így tovább tágítani.

Az EM-mérések legígéretesebb kiegészítője, s ezzel a jövő asztrofizikájának legfontosabb, mindezidáig kiaknázatlan információszerzési lehetősége a gravitációs kölcsönhatás kísérleti vizsgálata lehet. Az einsteini általános relativitáselmélet ugyanis már évtizedekkel napjaink előtt megjósolta egy, az elektromágneses hullámokhoz hasonló, ám gravitációs kölcsönhatásból származtatható sugárzás létezését. Hasonlóan az EM-hullámokhoz, e gravitációs hullámok (GW-k) is nagy hatótávolságúak, ami biztosítja, hogy detektálásukkal távoli objektumok, vagy a korai Univerzum tulajdonságait is képesek legyünk feltérképezni.

GW-k létezésére már ma is rendelkezésre állnak közvetett bizonyítékok. Hulse, Taylor és kutatótársaik a PSR 1913+16 relativisztikus pulzár-kettősrendszer pulzációs idejének mérésével mutatták meg, hogy a rendszer pályája olyan mértékben zsugorodik, amely kiváló egyezésben áll azon elméleti előrejelzésekkel, amelyek a rendszer energiájának csökkenését gravitációs hullámok kibocsátásában jelölik meg [1, 2]. E felfedezés óta hasonló bináris rendszerek, mint a PSR B1534+12 [3, 4], a PSR 2127+11C [5, 6], és a PSR J0737-3039 [7] további megerősítő (de még mindig közvetett) bizonyítékokat nyújtottak gravitációs hullámok létezésére, egyúttal ilyen forrásból származó jelek várt gyakoriságára is becslési lehetőséget nyújtva [8].

Jóllehet a gravitációs hullámok létezése közvetett úton már bizonyított, direkt kimutatásuk a mai napig várat magára. Felfedezésük jelentőségét mi sem bizonyítja jobban, mint a közvetett bizonyítékokért kiosztott Nobel-díj (Hulse & Taylor, 1993), valamint az az első detektálásért folytatott nemzetközi verseny, amelynek megnyerésére az Amerikai Egyesült Államok például eddig több mint 400 millió dollárt áldozott. A gravitációs hullámok közvetlen kimutatása ugyanis nem csak az einsteini általános relativitáselméletet erősítené meg, de az EM-spektrumtól független megfigyelési lehetőséget nyújtana, amely elsőként lenne közvetlenül érzékeny az anyag dinamikai mozgására. Megfigyelésük a megértés új lehetőségeit adná az Univerzum olyan régióiról, ahol a téridő görbülete, az anyagsűrűség extremális. Ezen felül, mivel a GW-k az EM-hullámokkal szemben rendkívül nehezen szóródnak vagy nyelődnek el anyagban, olyan katasztrofikus események belső folyamatairól is információt szerezhetnénk, mint például szupernóvák mag-összeomlása, vagy kompakt kettősrendszerek (neutroncsillagok, fekete lyukak) ütközései. Mindezek elektromágneses mérésekkel ezidáig feltérképezetlenek maradtak. A gravitációs háttérsugárzás sűrűségfluktuációinak feltérképezése a korai Univerzum tulajdonságainak vizsgálatát tenné lehetővé, amelyek a mai inflációs és kozmikus húrok elméleteit vetnék a fenntarthatóság próbája alá. Nem utolsósorban pedig fennáll annak a lehetősége is, hogy GW-mérésekkel ezidáig ismeretlen fizikai jelenségeket ismernénk meg, lehetőséget adva új elméletek kidolgozására - ahogy ezt már az EM-spektrum folyamatos szélesítése is kiválóan példázza.

GW-k közvetlen detektálására tett első kísérletekre Weber [9] tömegrezonancia detektorok kifejlesztésében végzett úttörő munkássága nyomán került sor, az 1960-as évek elején. Mára gravitációshullám-detektorok egész világra kiterjedő hálózata épült ki (VIRGO, GEO600, TAMA300, ACIGA, IGEC, - [10]), amelyek tagjainak egy része még mindig adatgyűjtés nélküli, fejlesztési fázisban van. A detektorok legújabb generációját kilométer skálájú interferométerek képviselik, amelyek a téridő torzulásait a tömegrezonancia detektorokkal azonos vagy nagyobb érzékenységgel, viszont jóval szélesebb frekvenciatartományban képesek mérni. Az interferometrikus GW-detektorok felhasználási lehetőségeit elsőként Weiss [11] tanulmányozta az 1970-es években.

Interferometrikus GW-detektorok építésében, technikai felkészültséget tekintve kétségkívül az Egyesült Államok áll az élen jelenleg a Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory (LIGO) kutatóintézet három detektorával (Hanford 2 és 4 km, Washington állam; és Livingston 4 km, Lousiana állam) [12]. Mindhárom detektor immár négy adatgyűjtési fázison (science run) van túl, 2005 őszétől pedig ötödik alkalommal, minden eddiginél nagyobb érzékenységgel folyik velük az adatok gyűjtése [13]. A LIGO detektorainak érzékenysége ezzel együtt is ugrásszerű, jelészlelési valószínűséget [14] tekintve mintegy 15^3-szoros javulást ér majd el $\sim 2008 - 2010$-ben, amikor a már ma is részletesen kidolgozott tervek és rendelkezésre álló anyagi keret felhasználásával a detektorok továbbfejlesztésre kerülnek (Advanced LIGO Project, [15]).

E rendkívüli érzékenység mellett végzett adatgyűjtésben rengeteg tényező játszik közre zajhatásként, amely a detektorok adatsorát torzítja. Jóllehet a detektorok zajszintjét az évek során több nagyságrenddel sikerült lecsökkenteni, a gravitációshullám-jelek azonosítása még továbbra is elérendő cél maradt. Elméleti becslések arra engednek következtetni, hogy a gravitációs hullámok rendkívül gyenge kölcsönható képessége miatt a detektálandó jeleket a ma létező detektorok érzékenységi küszöbszintje közelében kell keresnünk. Várakozásaink szerint az érzékenység további növelésével is a küszöbszint nagyságrendjébe eső jeleket kibocsátó források száma dominál majd a jelforrások halmazában. Fontos célkitűzés tehát, hogy az ilyen jelek azonosítására minél érzékenyebb algoritmusokat dolgozzunk ki.

A gravitációshullám-detektorok adatsorainak hozzáférhetősége tudományos szempontból több lehetőséget is magában rejt. Ahogy eddig kiemeltük, az immár szoftveres adatfeldolgozó rendszerrel és jelkereső programokkal történő GW-jelek utáni kutatás önmagában is egyedülálló felfedezésre ad esélyt. A jelek azonosítása és vizsgálata konkrét asztrofizikai objektumok, objektumtípusok, és folyamatok pontosabb megértéséhez, modelljének kidolgozásához vezetne. Figyelembe véve ugyanakkor a ma is létező elméleti modellek sokaságát, a jelkeresési folyamatok negatív eredménye is e modellek számát csökkentené, bizonyos modellek szabad paramétereire pedig korlátokat adna. Érzékeny jelkereső algoritmusok kidolgozása tehát számtalan téren és végeredmény esetén sikerrel kecsegtet.

Munkánk során a téma kiválasztását a fenti előnyök indokolták. Célunk egy olyan jelkereső program kidolgozása volt, amely alkalmas közel állandó frekvencián kibocsátott jelek azonosítására a másodperc-perc időskálán. A nevezett jelek keresésére két, független eljárást is kidolgoztunk, amelyek együttes alkalmazása a jelkeresést nagyobb érzékenységgel képes elvégezni. A program(ok) első alkalmazásaként a gammasugár-kitörések egy új, és ígéretes modelljének vizsgálatát tűztük ki célul [16]. A modell a hosszú gamma-kitörésekből (10-100 másodperc) érkező gravitációs hullámjelek alakjára és tulajdonságaira ad pontos leírást, amelynek keresése révén a modell előrejelzéseit ellenőrizni tudjuk. Ahogy említettük, a konkrét modellen túl programunk általában véve alkalmas állandó, vagy lassan változó frekvenciájú jelek megtalálására a nevezett időskálán, amely tehát további modellek vizsgálatára ad lehetőséget.

Programunkkal jelek keresését elsőként a LIGO detektorainak adatsorában kívánjuk elvégezni. Ahhoz azonban, hogy a science run-ok során szerzett adatsorokhoz hozzáférést kapjunk, keresőprogramunkat többlépcsős engedélyezési eljáráson kell keresztülvinnünk. Ennek során elsőként a program működőképességét és érzékenységét kell igazolnunk. Eddigi munkánk során e feladatokra koncentráltunk, a modell gyakorlati vizsgálata, azaz a program valódi adatsorokon való futtatása csupán az engedélyezést követően kerülhet sor.

Végezetül fontosnak tartjuk megjegyezni, hogy kutatásunkat nem csak tudományos, de tudományszervezési szempontok is motiválták. A LIGO detektorok fejlesztésére, valamint az adatsorok kiértékelésére ugyanis számos nagyhírű egyetem (Caltech, MIT, Columbia Univ.) kutatócsoportjait magába foglaló tudományos együttműködés jött létre [17], szintén együttműködésben más országok (pl. a Virgo, a TAMA) kutatócsoportjaival [18, 19]. Céljaink közé tartozott ezért, hogy munkánk révén - az ELTE részéről elsőként - mi is bekapcsolódjunk e kollaborációkba, s a nemzetközi együttműködésbe ezáltal az Eötvös Loránd Tudományegyetemet is bevonjuk a kutatás ezen új, és gyorsan fejlődő területén. Bízunk benne tehát, hogy témaválasztásunk a további, szélesebb körű együttműködésnek, valamint kutatások szerteágazó körének utat nyit majd.

Dolgozatom első fejezetében a gravitációs hullámok elméletébe kívánok rövid betekintést nyújtani [44]. A második fejezet a gravitációs hullámok detektálási lehetőségeit, valamint az interferometrikus detektorok, a LIGO alapvető tulajdonságait mutatja be [44, 29]. A dolgozat harmadik fejezetét a gammasugár-kitörések, és azok általunk vizsgálni kívánt modelljének ismertetésére szántuk [16, 45]. Végül a dolgozat negyedik és ötödik fejezete tartalmazza rendre keresőalgoritmusaink elméleti leírását, valamint azok eddig elért eredményeit. Megjegyezném, hogy a dolgozat fejezeteinek elkészítésekor nem az egyes témák pontos és kimerítő ismertetésére, hanem a jelkeresési eljárásaink megértéséhez szükséges, ahhoz illeszkedő tartalom és formai felépítés kialakítására törekedtünk.

1. A gravitációs sugárzásról

Dolgozatom ezen fejezetében a gravitációs hullámok elméletébe kívánok betekintést nyújtani. Célom, hogy ezzel jelkeresésünk elméleti hátterét és motivációját bemutassam, érthetőbbé tegyem. E fejezet ennek megfelelően a gravitációs hullámok detektálási folyamatának megértéséhez szükséges általános ismeretekre összpontosít. A fejezet felépítése az [20, 21, 22, 23, 24] hivatkozásokat követi. A gravitációs hullámok elméletét nagyobb részletességgel a [25, 26, 27] hivatkozások alatt található írások tárgyalják.

Azon eddigi kísérleti tapasztalatok alapján, miszerint a testek gravitáló és tehetetlen tömege ekvivalens egymással, Einstein általános relativitáselmélete posztulátumként mondja ki, hogy a téridő egy kellően kis tartományában és egyéb erők hiányában egy megfigyelő a gravitáció hatásait nem képes érzékelni. Ennek következménye, hogy a téridő minden pontjához egy lokális Lorentz-koordinátarendszert illeszthetünk. Az általános relativitáselmélet ezután megadja a szükséges matematikai hátteret a téridő tulajdonságainak leírásához, továbbá lehetőséget ad a klasszikus fizika egyenleteinek általánosítására, hogy a téridő eseményeit koordinátarendszertől függetlenül is tárgyalni tudjuk. Ebben a megközelítésben a téridő minden lokális tulajdonsága annak metrikájába van belekódolva, amely metrikát a metrikus tenzor $g_{\mu\nu}$ szimmetrikus mátrixának megadásával definiálhatjuk. $g_{\mu\nu}$ egyúttal a transzformációk során invariáns téridő intervallum meghatározását is lehetővé teszi. Egy speciális x^μ koordinátarendszert alkalmazva ezt a téridőbeli események között mért távolságot az alábbi kifejezés adja meg:

$$\delta s^2 \equiv g_{\mu\nu}\delta x^\mu \delta x^\nu. \tag{1}$$

A kifejezésben többször szereplő indexekre automatikus összegzést feltételezünk, az einsteini konvenciónak megfelelően. μ és ν indexek a téridő mind a négy koordinátáját reprezentálják, az idő mérése pedig olyan egységekben történik, amelyekre a c univerzális fénysebességi állandó egységnyi. Az elkövetkezendőkben továbbra is ezen formai követelményeknek megfelelően végezzük számításainkat, jóllehet bizonyos helyeken az eredményeink szemléletessége érdekében a c faktort ismét bevezetjük.

A fentiek alapján a téridő bármely két eseményének távolságát képesek vagyunk meghatározni egy integrálás segítségével:

$$s = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left(g_{\mu\nu}(\lambda) \frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{dx^\nu}{d\lambda} \right)^{1/2} d\lambda, \tag{2}$$

ahol λ a λ_1 és λ_2 közötti integrálási út paramétere, $g_{\mu\nu}$ mátrix elemeit pedig e paraméter függvényeként adjuk meg. Szabad részecskék mozgása ezek alapján olyan λ értékek mentén történik, amelyekre s extremális értékű. E feltételt a téridő geodetikusai, a görbült geometriájú tér két pontja közötti legrövidebb utat kijelölő pályák elégítik ki. A pályákat s szerint parametrizálva a tömeggel rendelkező részecskék geodetikus egyenlete:

$$\frac{d^2x^\alpha}{ds^2} + \Gamma^\alpha_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{ds} \frac{dx^\nu}{ds} = 0, \tag{3}$$

ahol az egyenlet $\Gamma^\alpha_{\mu\nu}$ együtthatói, a Christoffel-szimbólum a következőképp definiálható:

$$\Gamma^\alpha_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \left\{ \frac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^\mu} + \frac{\partial g_{\beta\mu}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^\beta} \right\}. \tag{4}$$

A görbült téridő leírásához jóllehet tetszőleges koordinátarendszer kiválasztható, a választástól függetlenül a téridő görbültségét jellemző R skalármennyiség, a Ricci-skalár mindig azonos értékű lesz. A Ricci-skalárt definiáló egyenlet:

$$R \equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}, \tag{5}$$

ahol $R_{\mu\nu}$ Ricci-tenzort a Riemann-féle görbületi tenzor kontrakciója révén kapjuk:

$$R_{\mu\nu} = R^\lambda_{\mu\lambda\nu}. \tag{6}$$

A Riemann-féle görbületi tenzor a Christoffel-szimbólum ismeretében adható meg:

$$R^\lambda_{\mu\sigma\nu} \equiv \frac{\partial \Gamma^\lambda_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} - \frac{\partial \Gamma^\lambda_{\mu\sigma}}{\partial x^\nu} + \Gamma^\lambda_{\sigma\alpha} \Gamma^\alpha_{\mu\nu} - \Gamma^\lambda_{\nu\alpha} \Gamma^\alpha_{\mu\sigma}. \tag{7}$$

A gravitációs kölcsönhatás koordinátarendszertől függetlenül is leírható a téridő metrika és a lokális energia-impulzus sűrűség kapcsolatát megadó Einstein-egyenlet segítségével:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \tag{8}$$

ahol $T_{\mu\nu}$ az energia-impulzus tenzor, G pedig a newtoni gravitációs állandó.

1.1. A hullámegyenlet

Ahogy ezt az Einstein-egyenlet is mutatja, a gravitációs tér a téridő metrikáját képes befolyásolni. Ahhoz, hogy ezt a hatást pontosan követni tudjuk, 10 darab, az Einstein-egyenletből levezetett csatolt, nem-lineáris differenciálegyenletet lenne szükséges megoldanunk. Ez analitikus módszerrel, közelítések alkalmazása nélkül meglehetősen nehéz feladat. Az elkövetkezendőkben az Einstein-egyenletet anyag nélküli esetre, gyenge gravitációs mezőt feltételezve oldjuk meg. A metrikus tenzor ekkor az alábbiak szerint adható meg:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \tag{9}$$

ahol $\eta_{\mu\nu}$ a speciális relativitáselméletből ismert Minkowski-tenzor a sík téridő határesetére

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{10}$$

$h_{\mu\nu}$ pedig e sík téridő perturbációját jellemző tenzor, amelynek mátrixelemei eleget tesznek a

$$|h_{\mu\nu}| \ll 1. \tag{11}$$

feltételnek. Ilyen $g_{\mu\nu}$ metrikus tenzort feltételezve az Einstein-egyenlet megoldása során csak azokat a tagokat vesszük figyelembe, amelyek a $h_{\mu\nu}$ perturbációs tenzor mátrixelemeit első rendben tartalmazzák. A megoldás során alkalmazott koordinátarendszer megválasztásában továbbá szabadságot élvezünk. Anélkül, hogy ilyen létezésének bizonyítására vállalkoznánk, a továbbiakban azon koordinátarendszert használjuk, amelyből nézve a $h_{\mu\nu}$ tenzort leíró mátrix alakja:

$$h_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{12}$$

Ekkor az Einstein-egyenlet az alábbi alakra egyszerűsödik:

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) h_{\mu\nu} = 0. \tag{13}$$

Ezzel a már klasszikus mechanikából ismert hullámegyenletet kaptuk, aminek megoldásait a

$$h_{\mu\nu} = h_0 \phi \left(t - z \right) \tag{14}$$

alakban keressük. A hullámforrástól távol e megoldások síkhullámok szuperpozíciójaként is felírhatók.

$$h \left(\mathbf{x}, t \right) = h_0 \exp \left[i \left(2\pi f t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} \right) \right], \tag{15}$$

ahol **k** vektor a hullámterjedés irányába mutat, nagysága pedig a megszokott $c \neq 1$ konvenciót használva

$$k = \frac{2\pi f}{c}. \tag{16}$$

Az (16) kifejezésből, valamint annak előzményéből, a hullámegyenletből (13) láthatjuk, hogy a gyenge tér közelítésben kapott (gravitációs) hullámok terjedési sebességét c értékűnek várjuk. Ez az eredmény egyben azt is előrevetíti, hogy a gravitációs kölcsönhatást közvetítő részecskék, a gravitonok nyugalmi tömege zérus kell, hogy legyen.

Az (12) egyenletet jobban szemügyre véve észrevehetjük, hogy a $h_{\mu\nu}$ mátrix két, egymástól független h_+ és $h_\times$ komponensből tevődik össze. Bármely koordinátarendszert válasszuk is a hullámmozgás leírására, a hullámmegoldások két, független komponens összegére történő redukálása mindig kivitelezhető. Mindez annak a ténynek következménye, hogy a (13) alatt felírt hullámegyenletnek két, egymásra ortogonális (polarizációjú) hullámmegoldása van, amelyek linárkombinációjából aztán a hullámegyenlet bármely megoldása megadható.

1.2. Kölcsönhatás az anyaggal

A gravitációs hullámok kölcsönhatását az anyaggal leegyszerűsített formában tárgyaljuk, olyan esetre, amikor egy hullám két, egymáshoz infinitezimálisan közeli térpontban lévő, geodetikus mozgást végző tömegponton halad át a z koordinátatengellyel párhuzamos irányban. Legyenek a két tömegpont téridőkoordinátái $x^\alpha(s)$ és $x^\alpha(s) + \delta x^\alpha(s)$. Ekkor (3) alapján a két geodetikus mozgást végző test mozgásegyenlete:

$$0 = \frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} + \Gamma^\alpha_{\mu\nu}(x)\frac{dx^\mu}{ds}\frac{dx^\nu}{ds} \tag{17}$$

$$0 = \frac{d^2}{ds^2}(x^\alpha + \delta x^\alpha) + \Gamma^\alpha_{\mu\nu}(x+\delta x)\frac{d}{ds}(x^\mu + \delta x^\mu)\frac{d}{ds}(x^\nu + \delta x^\nu) \tag{18}$$

A két egyenletet egymásból kivonva, és csak a δx-ben elsőrendű tagokat meghagyva az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\frac{D^2}{ds^2}\delta x^\nu + R^\nu_{\mu\alpha\rho}\frac{dx^\mu}{ds}\frac{dx^\rho}{ds}\delta x^\alpha = 0, \tag{19}$$

ahol

$$\frac{D}{ds}\delta x^\alpha \equiv \frac{d}{ds}\delta x^\alpha + \Gamma^\alpha_{\mu\nu}\frac{dx^\nu}{ds}\delta x^\mu \tag{20}$$

a δx^α kovariáns deriváltja. Gyenge tér közelítéssel élve, és ismét olyan koordinátarendszert használva, ahol $h_{\mu\nu}$ a (12) alatt tárgyalt alakot veszi fel, fennáll a következő összefüggés:

$$R_{\alpha 0\beta 0} = R_{0\alpha 0\beta} = -R_{\alpha 00\beta} = -R_{0\alpha\beta 0} = -\frac{1}{2}\frac{d^2}{dt^2}h_{\alpha\beta}. \tag{21}$$

Ez, valamint a (19) egyenlet alapján:

$$\frac{d^2}{dt^2}\delta x_\alpha(t) = R_{\alpha 0\beta 0}\delta x^\beta(0) = -\frac{1}{2}\left(\frac{d^2}{dt^2}h_{\alpha\beta}(t)\right)\delta x^\beta(0). \tag{22}$$

A kifejezést kétszer integrálva:

$$\delta x_\alpha(t) = \delta x^\beta(0)\left[\delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{2}h_{\alpha\beta}(t)\right] \tag{23}$$

amiből

$$\Delta x_\alpha(t) \equiv \delta x_\alpha(t) - \delta x_\alpha(0) = \frac{1}{2} h_{\alpha\beta} \delta x^\beta(0). \tag{24}$$

Feltételezve tehát, hogy a gravitációs hullám a z tengely mentén halad, a "+" polarizációjú jelre:

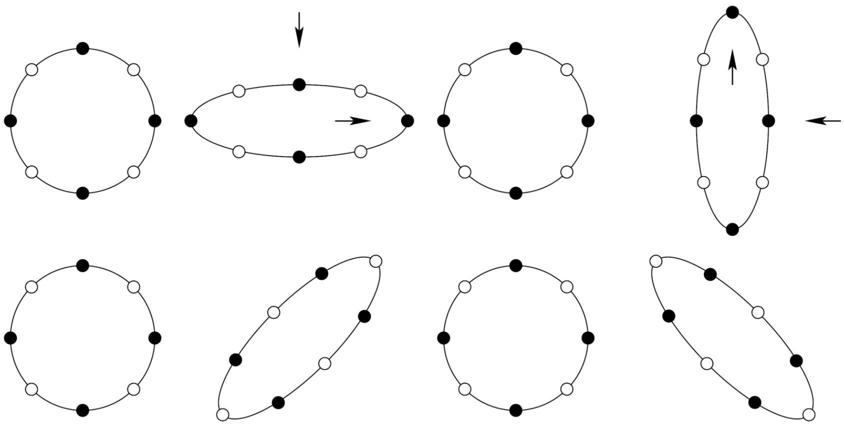
$$\Delta x_1(t) = \frac{1}{2}\left[h_+ e^{i\omega(t-z/c)}\right] \delta x^1(0) \tag{25}$$

$$\Delta x_2(t) = -\frac{1}{2}\left[h_+ e^{i\omega(t-z/c)}\right] \delta x^2(0), \tag{26}$$

azaz a "+" polarizációjú gravitációs hullám a két, geodetikus mozgást végző pont között h_+ mennyiséggel, és a két pont közötti távolsággal arányos nagyságú távolságváltoztató hatást fejt ki. Az (25) egyenletek alapján a z tengely mentén haladó hullám a torzító hatást az $x - y$ síkban fejti ki úgy, hogy adott z koordinátával jellemezhető síkban az x és y tengelyek mentén ugyanakkora távolságváltozást okoz két pont között, de pontosan ellentétes fázissal. A torzítás ($h(t)$), mint fizikai mennyiség dimenziótlan, és a két pont közötti relatív távolságváltozást adja meg. A fenti levezetéseket az "$\times$" polarizációjú hullámra is elvégezve teljesen analóg eredményt kapunk azzal a különbséggel, hogy e hullám a "+" polarizációjú hullámhoz képest 45 fokos szögben elforgatott "x" és "y" tengelyek mentén fejt ki torzító hatást. A kétféle polarizációjú gravitációs hullám hatását egy körkörösen elhelyezett, szabad tömegpontokból álló rendszeren szemléltetjük a 1. ábrán.

A gravitációs hullámok anyaggal való kölcsönhatásának tárgyalása egy másik, alternatív módon is elvégezhető. Két, szabad tömegpont rendszerén áthaladó gravitációs hullám hatását ugyanis tekinthetjük a két tömegpont között fellépő relatív gyorsulás megjelenésének is. Ebben a tárgyalásmódban ugyanakkor nem a korábbi, $h_{\mu\nu}$ mátrixot leegyszerűsítő koordinátarendszert, hanem a két tömegpont közös tömegközéppontjához rögzített koordinátarendszert használjuk. Ebből a rendszerből nézve tehát a két test geodetikus mozgást végez a (3) egyenlet alapján. Ha ezek után a két test között a GW által okozott relatív gyorsulást vesszük alapul, a hatás egy GW által okozott árapály erőként is felfogható, amelynek nagysága (22) egyenlet alapján:

$$f_\alpha = m \times \frac{d^2}{dt^2} \delta x_\alpha(t) = -\frac{1}{2} m \times \left(\frac{d^2}{dt^2} h_{\alpha\beta}(t)\right) \delta x^\beta(0) \tag{27}$$



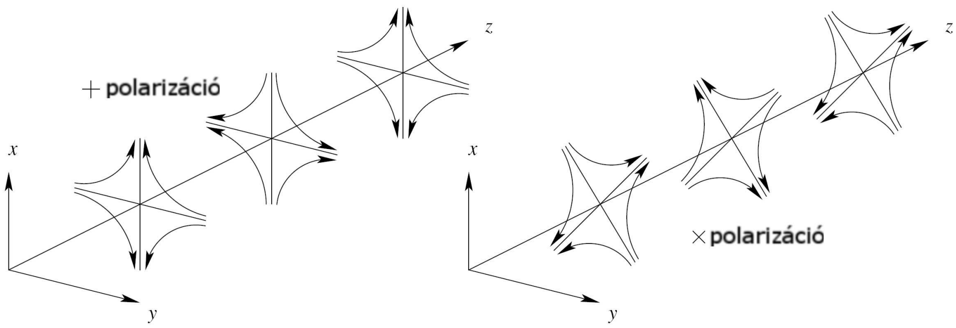
1. ábra. A kétféle polarizációjú gravitációs hullám hatása egy egyébként körkörösen elhelyezett, szabad tömegpontokból álló rendszerre. Balról jobbra haladva, amennyiben a felső sor a "+" polarizációjú hullám hatását szemlélteti, úgy az ábra alsó sora a "×" polarizációjú hullám relatív torzítási irányait és hatását mutatja be. (Forrás: [44])

az α tengely mentén. A GW áthaladás következtében fellépő árapály erőket a 2. ábrán szemléltejük.

Megjegyezzük, hogy a gravitációs hullámok hatásainak kétféle tárgyalásmódja közül az interferometrikus elven működő detektorok bemutatásához az elsőt, míg tömeg-rezonancia elven működő detektorok bemutatásához a másodikat érdemes alapul venni. A továbbiakban mi kizárólag az interferometrikus detektorok bemutatására, tehát az elsőként megismert leírásra szorítkozunk.

1.3. Gravitációs hullámok keltése

Az előző alfejezetekben láthattuk, hogy a gravitációs- és elektromágneses hullámok között sok tulajdonságban analógiát vonhatunk. Forrásukat tekintve ahogy az EM-hullámokat gyorsuló elektromos töltések képesek generálni, úgy a GW-ket tömegpontok mozgása. Hasonlóan ahogy a töltésmegmaradás törvénye alapján monopól EM-sugárforrás létét kizárhatjuk, az anyagmegmaradás elve miatt azonos következtetést vonhatunk le a gravitációs hullámok esetére is. Gravitációs hullámok keltésére azonban csupán



2. ábra. A "z" irányba haladó gravitációs hullám által keltett árapály erők szemléletes ábrázolása a kétféle polarizációnak megfelelően. (Forrás: [44])

egyféle "töltés" gyorsítására van lehetőség, szemben az elektromágneses tér forrásának kétféle töltésével. Ennek eredményképp gravitációs hullámoknál dipól sugárzás keltése sem lehetséges. A multipól sorfejtést elvégezve kiderül, hogy az első tag, ami gravitációs sugárzás keltésére alkalmas, a kvadrupól momentumot (28 egyenlet) tartalmazó tag lesz.

$$I_{\mu\nu} = \int_V \left(x_{\mu\nu} - \frac{1}{3}\delta_{\mu\nu} r^2 \right) \rho(r) d^3 r. \tag{28}$$

Az Einstein-egyenletben e kvadrupólmomentumot forrásként szerepeltetve a levezetés eredményeként kapott torzulás nagyságát a a forrás d távolságának függvényében az alábbi kifejezéssel adhatjuk meg:

$$h_{\mu\nu} = \frac{2G}{dc^4} \frac{d^2 I_{\mu\nu}}{dt^2}. \tag{29}$$

A fenti egyenlettel becslést is adhatunk asztrofizikai forrásból érkező gravitációs hullámok torzításának (h) nagyságára. Felső becslésként az M tömegű forrás relativisztikus mozgását feltételezve:

$$\frac{d^2 I_{\mu\nu}}{dt^2} \sim Mc^2. \tag{30}$$

Még ezzel a felső becsléssel is a GW által okozott torzítás nagyságrendje:

$$h \lesssim \frac{1}{d} \frac{2GM}{c^2} \lesssim 10^{-19} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \left(\frac{d}{Mpc} \right)^{-1}, \tag{31}$$

amit a forrásobjektum Schwarzschild-sugara, és távolságának arányaként azonosíthatunk. E becslés a rendkívül kis torzítási nagyságrend ellenére is "optimistának" mondható. Egy tipikus gravitációshullám-forrás ugyanis nyugalmi tömegének csak kis töredékét sugározza ki ilyen hullámok formájában. Ennek egyenes következménye, hogy földi, vagy akár Naprendszerbeli környezetben a detektálás szempontjából szignifikánsnak mondható GW-forrást nem fogunk találni. A gravitációs hullámok frekvenciájára is adhatunk felső becslést. Amennyiben forrásnak egy relativisztikus, kompakt objektum periodikus mozgását feltételezzük, a GW oszcillációs frekvenciára felső határt a fény objektumon való áthaladásának ideje szabhat. Ha az objektum karakterisztikus méretét önmaga gravitációs sugarával azonosítjuk, a GW frekvenciára adható becsült felső határ:

$$f \lesssim \frac{c^3}{4\pi GM} \sim 16 \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-1} kHz. \tag{32}$$

Végül megjegyezzük, hogy a gravitációs hullámok által szállított energiafluxus

$$I = \frac{c^3}{16\pi G}\left[\left(\frac{dh_+}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dh_\times}{dt}\right)^2\right], \tag{33}$$

amelyből izotróp emissziót feltételezve egy d távolságra lévő forrásból a GW-luminozitás:

$$L = \frac{c^3 d^2}{4G}\left[\left(\frac{dh_+}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dh_\times}{dt}\right)^2\right]. \tag{34}$$

1.4. Gravitációs hullámok forrásai

Az előző alfejezetben láttuk, hogy gravitációs hullámokat minden gyorsuló tömeg-kvadrupólmomentummal rendelkező fizikai rendszer képes kelteni, jóllehet a keltett GW torzító hatása kis tömegű és méretű rendszerekre a gyakorlatban észlelhetetlenül kis mértékű. Érdemes azonban számbavenni azon ma ismert asztrofizikai forrástípusokat, amelyek által keltett gravitációshullám-jeleket a földi, interferometrikus detektorokkal potenciálisan detektálhatónak ítélünk. További részletek a [28, 29] hivatkozások alatt találhatók.

Ezek a következők:

- kompakt kettősrendszerek ([30, 31, 32])

  A közös tömegközéppont körül keringő neutroncsillag-neutroncsillag, neutroncsillag-fekete lyuk, vagy fekete lyuk-fekete lyuk kettősrendszerek. Mozgásuk során a rendszer folyamatosan bocsát ki gravitációs hullámokat, amellyel a kettősrendszer energiát veszít. A folyamatos energiaveszteség eredményeként a kettősrendszer tagjai egyre kisebb méretű pályán végzik mozgásukat, keringési frekvenciájuk pedig nő. A kezdeti alacsony frekvenciás (ezért várhatóan detektálhatatlan tartományba eső) jel fokozatosan átkerül a magasabb frekvenciák tartományába, amplitúdója pedig a rendszer növekvő kvadrupólmomentuma miatt szintén növekszik. A növekvő frekvencia és amplitúdó együttes eredményeként azt várjuk, hogy a kettősrendszer GW-jele potenciálisan detektálhatóvá válik a ma is létező detektorok által. A bespirálozást a két objektum kataklizmikus összeolvadása, majd az ütközési termék fokozatos stabilizálódása követi. Utóbbi két folyamatban is intenzív gravitációshullám-kibocsátást várunk. Bespirálozó kettősrendszerek mozgásának modellezése immár sikeresen kidolgozásra került - a korábban említett, Nobel-díjat kiérdemelt Hulse & Taylor megfigyelés is egy ilyen rendszer mozgásának elméleti modellel való sikeres összevetésének eredménye. A meghatározott jelalak keresésére immár számos algoritmus kidolgozásra került (pl. matched filtering, [33, 34]), e kereső algoritmusok alkalmazása folyamatban is van.

- sztochasztikus GW-háttérsugárzás

  Az elektromágneses, mikrohullámú háttérsugárzáshoz hasonlóan gravitációs sugárzás esetében is feltételezhetjük nagy számú független, korrelálatlan forrásból eredő, emiatt sztochasztikus tulajdonságokkal bíró kozmikus háttérsugárzás létét. E háttérsugárzás feltételezhető forrásai a korai Univerzum intenzív, erős téridő-geometriai fluktuációkkal járó folyamatai lehetnek [35], amelyek GW-jelei gyenge kölcsönható képességük révén ma is jelen lehetnek e háttérsugárzás járulékaként. A háttérsugárzás ugyanilyen forrása lehet a természeti kölcsönhatások szétcsatolódásával járó fázisátalakulási folyamatok, valamint a szuperhúrok elmélete által jósolt dinamikai jelenségek a 4-nél magasabb, extra dimenziókban [36, 37]. Sztochasztikus háttérsugárzás megfigyelését járulékainak feltételezett alacsony frekvenciás volta miatt leginkább űrbe telepített, a megfelelő frekvenciatartományban érzékeny detektoroktól várjuk. A földkéreg szeizmikus mozgása, mint zajtényező a mai, földi detektorok számára az észlelést gyakorlatilag lehetetlenné teszi. Keresési algoritmus azonban a háttérsugárzás adatsorbeli azonosítására már ma is ismert: több detektor adatsorának összehasonlításával a háttérsugárzás eredményeként megjelenő, emiatt korreláló "zaj-járulék" a többi, nem GW-eredetű zajtényező közül elviekben kiválasztható [38, 39].

- periodikus és kvázi-periodikus jelforrások

  Stabil frekvencián forgómozgást végző forgás-asszimetrikus neutroncsillag, vagy egy kettősrendszer ütközési maradványaként keletkezett asszimmetrikus masszív termék egy adott, (közel) állandó frekvencián gravitációs hullámok keltésére képes. Ugyanígy kvázi-periodikus jelet kaphatunk egy kettősrendszer tagjaként intenzív anyagelnyelést végző, forgó neutroncsillagtól (amelynek jele EM-mérésekkel is detektálható). A jelfrekvencia stabilitása a detektálást nagy mértékben megkönnyíti: kellő hosszúságú integrálási idővel a keresett jel a sztochasztikus háttérzajból kiátlagolható. Napok, hetek, vagy hónapok integrálási skáláján azonban a Föld forgása, Nap körüli keringése már szignifikáns modulációt okoz a jelen, amely a detektálási frekvencia bizonytalanságát növeli. A modulációs effektus ráadásul erősen függ a forrás éggömbbeli pozíciójától: ismeretlen irányból érkező periodikus jel detektálása emiatt technikailag nehezen kivitelezhető. Amennyiben a forrás egyéb mérések révén jól lokalizálható, a jelkeresés a gyakorlatban lehetővé válik ezen az időskálán is. Magától értetődő azonban, hogy amennyiben a jelfrekvencia stabilitásának karakterisztikus ideje a jel észleléséhez szükséges integrálási időnél kisebb nagyságrendbe esik, ismert frekvenciaváltozási törvény esetén a jelkeresés spektráltartománya korrigálható, ismeretlen összefüggés viszont a detektálást ismét lehetetlenné teheti. A periodikus forrásokból érkező jelek azonban mégis az egyik legígéretesebb jelöltjei a gravitációs hullámok detektálásának.

- kompakt objektumok kataklizmikus dinamikai folyamatai

Ezek közé tartoznak a nagytömegű csillagok mag-összeroppanásai a csillagfejlődés végső szakaszában [40], neutroncsillagok átrendeződési jelenségei [41], szupernóva-robbanások [42], gammasugár-kitörések [43], stb. Mindegyik említett folyamat során a felszabaduló energia jelentős részéről feltételezzük, hogy gravitációs sugárzás formájában távozik a rendszerből. A nagy sugárzási intenzitás miatt már a ma üzemelő gravitációs hullám antennákkal is detektálást remélünk. A gravitációs sugárzás gyengén kölcsönható jellege miatt a GW-jel hamarabb való (de időben közeli) beérkezését várjuk az ugyanazon forrásból eredő elektromágneses- vagy neutrínójelek detektálási idejéhez képest. Az egymásnak megfeleltethető EM/neutrínó- és GW-jelek a detektorok adatsoraiban célzott időintervallumra korlátozható jelkeresést tesznek lehetővé. A jelek maximális hosszára továbbá felső becsléseket is tehetünk. A dinamikai folyamatok bonyolultságából fakadóan azonban a GW-jelek tulajdonságaira nehéz konkrét előrejelzéseket tenni, emiatt a kereséshez sokkal általánosabb algoritmusok kidolgozására és felhasználására van szükség, mint például a bespirálozó kettősök esetében. A pontos elméleti modellek kidolgozása komoly kihívást jelent az elméleti kutatók számára, a már létező és ígéretes modellek előrejelzéseinek kísérleti ellenőrzése pedig e dinamikai folyamatok megértéséhez vihet közelebb.

2. Gravitációs hullámok detektálása

Az előző fejezetben már megismerkedtünk a gravitációs hullámok anyaggal való kölcsönhatási tulajdonságaival, valamint bizonyos forrás- és jeltípusokra specializált jelkereső módszerek néhány alapvető adottságával. A következő fejezetben a detektálás lehetőségeit vesszük górcső alá. A gyakorlatban gravitációs hullámok detektálásának két módszere ill. detektortípusa ismert: a GW-k által okozott árapályerők mérését célul tűző tömeg-rezonancia mérések [9], valamint a GW tértorzító hatását észlelni kívánó interferometrikus detektorok [11]. Az előbbi módszer csupán szűk frekvenciatartományba eső jeleket képes hatékonyan detektálni, utóbbi azonban széles tartományon nyújt lehetőséget GW-jelek észlelésére, a tömeg-rezonancia detektorokkal azonos, vagy nagyobb érzékenységgel. Mivel jelkereső algoritmusunk változó frekvenciájú jelek azonosítását tűzi ki célul, az interferometrikus detektorok adatsorainak felhasználása magától értetődően jobb választás. Az elkövetkezendőkben ezért kizárólag az interferometrikus detektorok, azon belül is a Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory (LIGO) detektorainak ismertetésére szorítkozunk. Részletekért lásd [29].

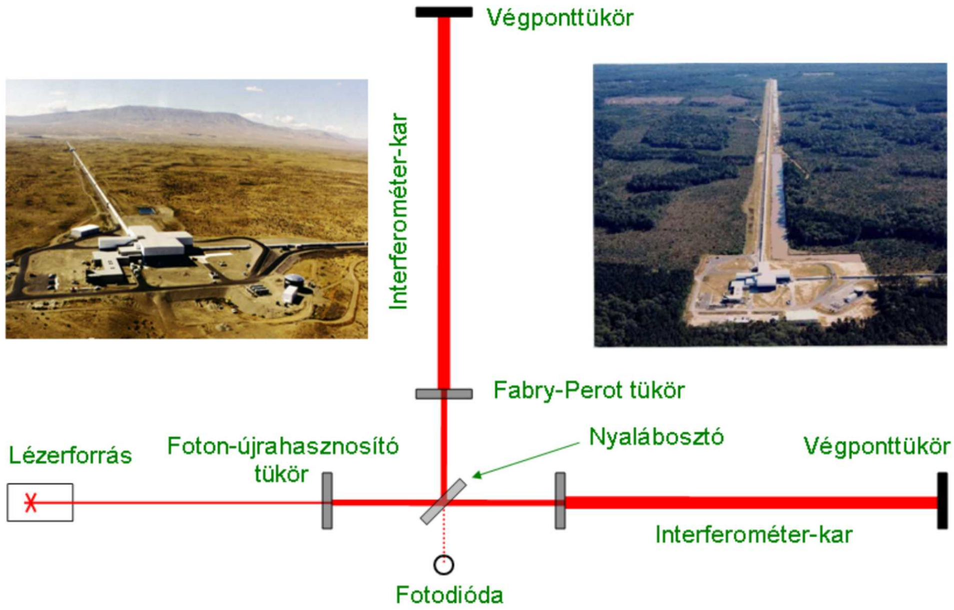
2.1. Az interferometrikus detektorokról

Az interferometrikus elven működő detektorok felhasználása azon a gondolaton alapul, hogy a detektorral kölcsönható gravitációs hullám a berendezés tükrei között haladó fénynyaláb interferenciapontba beérkezésének idejét növeli ill. csökkenti, ami a koherens lézernyalábban fázisváltozást eredményez. A fáziseltolódás függvényében az eredetileg kioltásra behangolt interferencia ismét felfénylést eredményez az ennek mérésére hivatott fotodióda felületén. A fotodióda egy szervó-rendszer által ezután úgy kerül automatikusan mozgatásra, hogy a felületen ismét kioltás következzen be. A szervórendszer jelét adott frekvenciával mintavételezve a beérkezett GW-jel torzító hatása egy idő-amplitúdó digitális adatsorozatban ($f(t)$) kerül rögzítésre.

Az interferometrikus detektorok felépítésének vázlatos sémája a 3. ábrán látható.

2.2. Az interferometrikus detektorok érzékenysége

Dolgozatom előző fejezeteiben már szóba került a gravitációshullám-jelek által okozott torzítás (h_+ és $h_\times$) a gyakorlatban valószínűsíthető alacsony nagyságrendje. A (25) egyenletből azonban kitűnik, hogy a gravitációs hullámok relatív elmozdulást képesek okozni két, δx távolságra lévő próbatest között. Amennyiben tehát a testek távolságát, amelynek változását mérni kívánjuk, kezdőfeltételként kellő nagyságúra választjuk, a GW-k által okozott abszolút távolságváltozás már mérhető nagyságúvá tehető. A LIGO detektorainak karhosszúsága - a fentiek miatt, a technikai korlátokat is figyelembe véve - 2 (H2, Hanford), és 4 kilométeresre (H1, Hanford és L1, Livingston) lett választva. Az effektív karhosszúságot tekintve további közel 60-szoros növelést sikerült elérni a lézernyaláb köztes tükrökkel való többszörös visszaverésével. Az interferenciakép mérése révén tehát az interferométer karjainak végpontjaiban található tükrök fényútban mért távolságának változását mérjük. Az egymásra merőleges tengelyek mentén való elhelyezés a síkra merőleges hullám beérkezésekor kétszeres távolságváltozást okoz ahhoz képest, mint ha a tükröket azonos tengely mentén helyeznénk el. Ez az arány



3. ábra. Az interferometrikus detektorok felépítésének egyszerűsített, vázlatos sémája, valamint a LIGO hanfordi (balra) és livingstoni (jobbra) detektorépületei. A lézerforrásból érkező nyalábot a nyalábosztó (féligáteresztő) tükör kettéválasztja, és a 2-4 km-re lévő végponttükrök felé továbbítja. A nyaláb végponttükrök és a Fabry-Perot tükrök közötti többszörös reflektáltatásával az interferométer effektív karhosszúsága mintegy $\sim$ 60-szorosára nő. A fotonveszteség csökkentésére a lézerforrás és a nyalábosztó közé egy foton-újrahasznosító tükör (recycling mirror) kerül behelyezésre. Az interferenciaképet a fotodióda mintavételezi.

a hullám beérkezési irányától függően változó. Ha a beérkező hullámot a kétféle polarizáció lineáris szuperpozíciójaként írjuk fel:

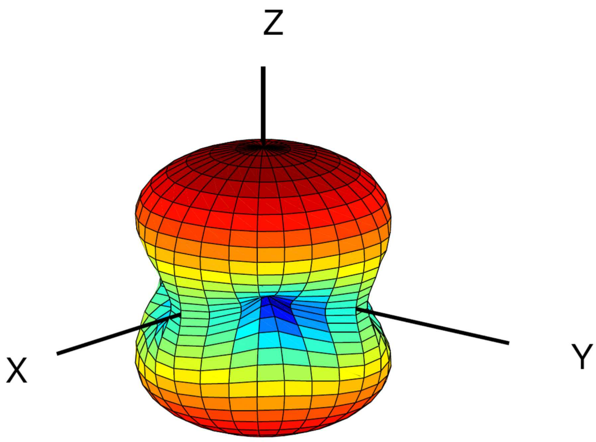
$$h(t) = F_+ h_+(t) + F_\times h_\times(t) \tag{35}$$

az F_+ és $F_\times$ szögkoordináta-függő együtthatók a detektor érzékenységének irányfüggését jellemzik. F_+ és $F_\times$ az interferometrikus detektorokra a következőképp adható meg:

$$F_+ = \frac{1}{2}\left(1+\cos^2\theta\right)\cos 2\phi\cos 2\psi + \cos\theta\sin 2\phi\sin 2\psi \tag{36}$$
$$F_\times = -\frac{1}{2}\left(1+\cos^2\theta\right)\cos 2\phi\sin 2\psi + \cos\theta\sin 2\phi\cos 2\psi. \tag{37}$$

A kifejezésben θ a hosszúsági szögkoordinátát jelöli, amely 0-tól π-ig halad, a 0 szögkoordinátához a zenitet rendelve. ϕ az azimutszög, 0^o és 360^o közötti értékekkel, míg ψ a polarizáció szögét adja meg 0-tól π-ig, 0^o-ot a $\phi =$állandó és $\theta =$állandó tengelyekhez rögzített "+" polarizációhoz kötve. A detektor érzékenységének az F_+ és $F_\times$ együtthatók értékei szerint megadott irányfüggését az 4. ábrán szemléltetjük.

Az asztrofizikai GW-forrásokból érkező hullámok torzítására a (31) kifejezésben már adtunk felső becslést. Realisztikus körülményeket véve az interferometrikus detektorokkal $h \sim 10^{-21} - 10^{-22}$ nagyságrendbe eső torzításokat is képesnek kell lennünk kimérni. Ez karhosszúságot tekintve minden kilométernyi hosszra vetítve $\sim 10^{-16}$ centiméternyi abszolút hosszváltozás kimérését jelenti. Felmerül a kérdés: egy mikrométer hullámhosszúságú koherens lézernyalábbal, az interferométer-tükrök termikus fluktuációi mellett is hogyan lehetséges ilyen nagyságrendű hosszváltozást kimérni? Mindkét probléma statisztikai átlagolással (részben) kiküszöbölhető. A lézer teljesítményének megfelelő nagyságúra (néhány száz Watt) választásával a fázisváltozás mérésének hibája a GW által okozott fáziseltolódás szintje alá csökkenthető: a fázishiba mértéke átlagoláskor ugyanis a mérési idő alatt beérkezett fotonok számának gyökével lesz arányos (részletekért lásd: refs). A tükrök atomjainak termikus vibrációja ugyanezen elvet követve, a lézernyaláb vastagságának növelésével átlagolható ki: míg ugyanis a termikus zaj véletlenszerű, inkoherens fluktuációkat okoz, a gravitációs hullám lényegében egyazon átlagos hatást fejti ki a tükör teljes felületén/térfogatán (részletekért lásd: refs). Megjegyezzük ugyanakkor, hogy termikus fluktuációk így is okoznak



4. ábra. Az interferometrikus detektorok érzékenységének irányfüggése véletlenszerűen választott polarizációjú hullámokra átlagolva. A koordinátarendszer X és Y tengelyei az interferométer-karokkal esnek egybe. Az interferometrikus detektorok a Z tengely mentén érkező hullámokra a legérzékenyebbek, míg érzéketlenek az X-Y síkban, a karokkal 45^o szöget bezáró irányból érkező hullámokra. (Forrás: [44])

zajhatást, mivel a tükrök normálmódusai a berendezésen belül (kis mértékben) termikusan is gerjesztésre kerülnek.

2.3. Az interferometrikus detektorok zajforrásai

A fentiek alapján érdemes az interferometrikus detektorokban fellépő zajhatásokat számba venni, amelyek a detektorok spektrális érzékenységét limitálják. A zajhatásokról részletesebb leírásért lásd [46].

- szeizmikus zaj: talaj és Földkéreg mozgások okozta zajtényező, amely egyaránt lehet természetes, vagy emberi környezetből eredeztethető. A természetes eredetű szeizmikus zaj 150 mHz környékén, a "mikroszeizmikus csúcsban" éri el maximumát, míg az emberi forrású néhány Hertznél csúcsosodik. Mivel ebben az alacsony frekvenciás tartományban a szeizmikus eredetű zaj a domináns tényező, a földi detektorok hatékony szeizmikus izolációja fontos feladat.

- hőmérsékleti zaj: a tükrök vagy a tükröket felfüggesztő ingarendszer termikus gerjesztődése által okozott zaj.

- sörétzaj: a lézernyaláb egységnyi idő alatt kibocsátott fotonszámának statisztikus fluktuációja által okozott zaj. A kibocsátott, vagy a rendszerbe visszatáplált fotonok számának növelésével csökkenthető, jóllehet ennek következtében az optikai rendszer termális deformációját, valamint a sugárnyomásból eredő zajtényezőt növeljük meg. A sörétzaj szintjének beállítása tehát kompromisszum kérdése.

- sugárnyomási zaj: az optikára érkező fotonok időbeli fluktuációja az optikára kifejtett erő fluktuációját okozza, amely a detektor működtetésekor zajként jelenik meg. A hatás a fotonszám/másodperc ráta növelésével erősödik. E zajtípus redukciójának lehetőségeiről bővebben: [47].

- gravitációs gradiens zaj: a környezeti anyagsűrűség-fluktuációi által indukált változó gravitációs tér eredménye, amely a detektálási folyamatra zavaró hatással van [48, 49]. A hatás fizikai, és nem technikai eredetéből fakadóan nem kiküszöbölhető, az alacsony frekvenciás tartományban a szeizmikus zaj hiányában is érzékenységcsökkenést okoz.

- lézerintenzitás és -frekvencia zaj: a lézer intenzitásának és frekvenciájának kiküszöbölhetetlen fluktuációja, amely a kioltási interferenciát GW-jel hiányában is megzavarja.

- szórt fény: a lézernyaláb fotonjainak egy része a főnyalábból kiszoródik, majd a környezetből visszaszóródva megváltozott fázissal tér vissza. E fotonok a precíziós fázismérést értelemszerűen megzavarják.

- gázsűrűség-fluktuációk: az interferometrikus gravitációshullám-detektorok lézernyalábjai alacsony nyomású vákuumrendszerben haladnak (LIGO esetében e vákuum nyomása 10^{-9}Torr), hogy a töltőgáz szennyezettségének és sűrűségfluktuációinak zavaró hatását a lehető legnagyobb mértékben lecsökkentsék. A csőrendszer azonban az alacsony gáztartalom ellenére is tartalmazni fog valamennyi gázmaradványt, amelynek sűrűségfluktuációi a mérésre továbbra is zavaró hatással lesznek.

- lézernyaláb-pozicionálási fluktuációk: az optikai rendszereken áthaladó lézernyaláb szög- vagy pozícióeltérése a szükséges pályától, annak statisztikus fluktuációi.

- elektrosztatikus csatolódások: a detektor végpont-tükre körüli elektromos tér, és a tükörben, vagy annak felfüggesztési rendszerében indukált elektrosztatikus tér statisztikus jellegű kölcsönhatása.

- mágneses csatolódás: a végpont-tükör pozícionáló és szeizmikus izoláló rendszerének mágneses jellegű, időben változó kölcsönhatása a környező parazitív mágneses térrel.

- kozmikus záporok: a kozmikus eredetű, nagyenergiás müonok a végpont-tükrök anyagában képesek lefékeződni, amely lendület- és energiaátadás a tükör pozícióméréséét bezavarja.

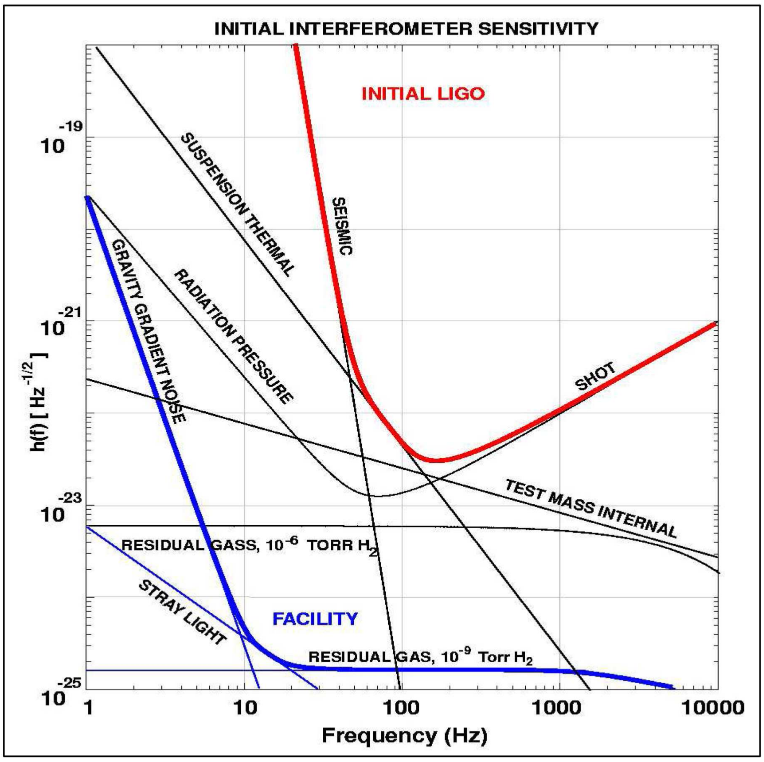
A felsorolt zajtényezők spektrális eloszlását a LIGO detektorainak esetében a 5. ábrán foglaljuk össze. A LIGO detektorok spektrális érzékenységét az 6. ábrán adjuk meg.

A zaj spektrális eloszlása ismeretében, valódi LIGO adatsorokat érdemes az eloszlás függvényében frekvenciaszűrésnek alávetni. Ez lehetővé teszi, hogy az adatmintában jelenlévő zaj mennyiségét csökkentsük, az érzékenyebbnek várt frekvenciatartományokban potenciálisan megjelenő GW-jeleket pedig kontrasztosabbá tegyük.

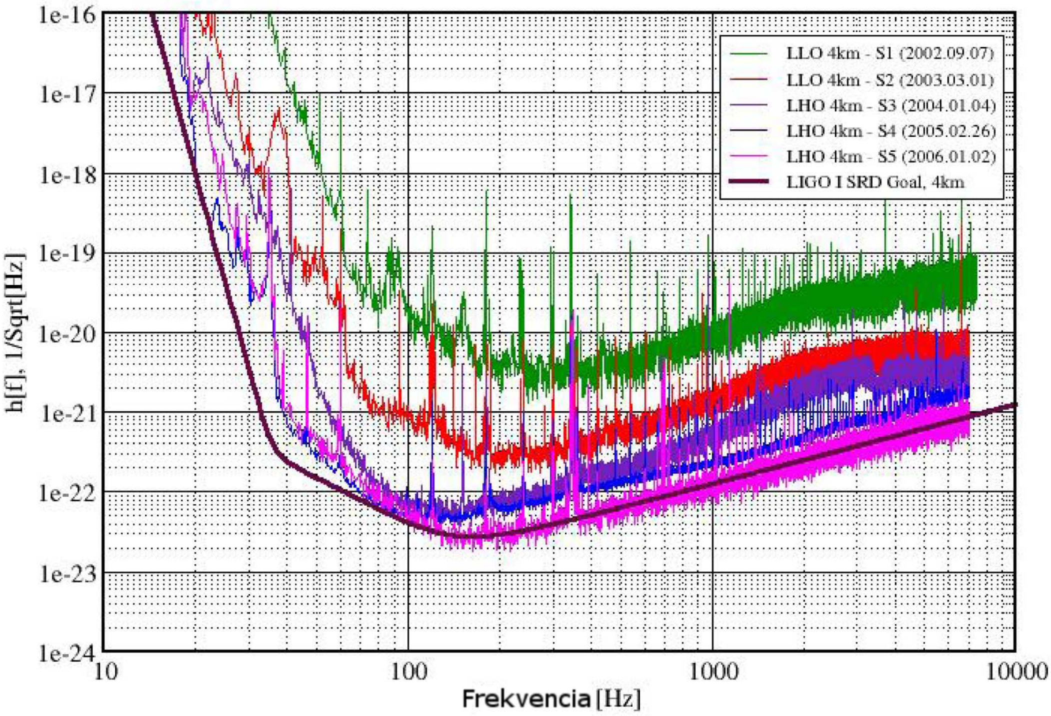
Az adatsorokban megjelenő zaj csökkentésének a frekvenciaszűrésen túl más módja is ismert. A zaj lokális jellege, szemben a távoli forrásból jövő GW-jel globális hatásaival ugyanis lehetővé teszi, hogy a Föld különböző pontjain épített detektorok adatsorait kereszt-korreláltassuk, az egyenként eltérő zajhatásokat redukáljuk, míg a mindenütt azonos módon megjelenő GW-jeleket kiemeljük. Minél több, különböző detektorból származó adatsort vetünk e módszerrel össze, a jel a zajháttérből annál jobban kiemelkedik.

2.4. Az LIGO adatbázis-kezelő rendszere

Végezetül néhány sort szentelnénk a LIGO adatbázis-kezelő rendszerének bemutatására. A LIGO detektoronként naponta $\sim$ 0.25 Terabyte mennyiségű adatot termel. Ebbe beletartozik a detektorok környezetének folyamatos monitorozása során összegyűjtött adat is, amelynek ismeretében a földi, lokális zajtényezők egy részének forrása beazonosítható. Mindezen adatmennyiség tárolása és kezelése speciális technikai megoldásokat kíván. A detektor adatsorainak ezen felül szinte valós idejű analízise folyik pl. kompakt kettősök jeleinek kiszűrésére, amely önmagában is az adatfolyam mintegy $\sim 10^4 - 10^5$ jelszűrőn való keresztülengedését jelenti.



5. ábra. A LIGO 4km detektorok zajhatásainak spektrális eloszlása, és az általuk okozott torzítás mértéke. A zajhatások görbéinek piros burkolója (initial LIGO) a LIGO kezdeti, tervezett érzékenységgörbéjét adja meg. Alacsony frekvenciákon e detektorokban a szeizmikus- (seismic), magasabb frekvenciákon a sörétzaj (shot) dominál. A feltüntetett további zajtényezők: hőmérsékleti zaj (suspension thermal), sugárnyomási zaj (radiation pressure), gravitációs gradiens zaj (gravity gradient), gázsűrűség-fluktuációk (residual gas), szórt fény (stray light) és a végponttükrök belső rezgései (test mass internal). Az ábra kék görbéje (facility) az elméletileg elérhető legjobb detektor-érzékenység zajgörbéje, amikoris zajhatásként már csak a technikailag kiküszöbölhetetlen zajtényezők játszanak közre az érzékenységgörbe kialakításában. (Forrás: [29])



6. ábra. A LIGO hanfordi és livingstoni 4km-es detektorainak torzításra vett érzékenysége az egyes adatgyűjtési időszakok (science run, S1-S5) során. Folytonos, barna görbével a LIGO detektorainak tervezés során vett érzékenység-munkagörbéjét ábrázoltuk. A valós, mért spektrális érzékenységben a szeizmikus- és a sörétzaj által meghatározott jellegen túl éles csúcsok is megjelennek a tükrök felfüggesztési rendszerének rezonanciahelyein, valamint pl. a detektorok kalibrációjához használt rendszerek monofrekvenciás zajhatásaként. Az egyes science runok során - jóllehet mindig csupán az egyik detektor érzékenységgörbéjét tüntetjük fel - a 4km-es detektorok érzékenysége gyakorlatilag minden frekvencián azonos nagyságrendbe esik. (Forrás: [13])

E feladatok ellátására a LIGO saját adatfeldolgozó rendszert dolgozott ki LDAS (LIGO Data Analysis System) néven. E rendszer a feladatok számítógép-klasztereken való megosztására épül, szervergépek egyidejű távkontrollja mellett. A rendszer lehetőséget nyújt nagy mennyiségű adathoz való gyors hozzáférésre, adatátalakításra, jel-rekonstrukcióra, összehasonlító analízisekre, adatbáziskezelésre és adatarchiválásra. A konkrét jelfeldolgozás egyetemi klasztereken folyik.

A 16 és 16384Hz közötti frekvenciával mintavételezett adatfolyamok a nemzetközi GW-kutatási sztenderdnek megfelelően ún. "frame" formátumban kerülnek rögzítésre. Az adatok kiírása előbb helyi hard diskekre történik, majd az archiválást mágnesszalagokon végzik el. Az időzítési paraméterek töredék-mikromásodperc pontossággal szintén eltárolásra kerülnek, ami a GW-detektorok adatsorainak összehasonlító elemzését teszi lehetővé egymással, vagy más, elektromágneses/neutrínó mérésekkel. A folyamatos környezeti és detektorállapot ellenőrzések adatsorait szintén az LDAS rögzíti. Mindezen adatmennyiség tehát ma már elérhető, tudományos kutatási célra felhasználható.

3. A gammasugár-kitörések

Jelkereső algoritmusunk megalkotásakor az [16] cikkben tárgyaltakat vettük alapul. Célunk az volt, hogy egy jelkereső program megalkotásával és a rá alapozott adatanalízissel a modell előrejelzéseit kísérletileg ellenőrizzük, negatív eredmény esetén pedig szabad paramétereire korlátokat adjunk meg. A következőkben a modell azon elemeinek ismertetésére szorítkozunk, amelyeket a jelkereső algoritmus szempontjából lényegesnek ítélünk [16, 45]. A GRB-k általános bemutatásánál, mivel az általunk vizsgált modell a hosszú kitörésekre vonatkozik, az ezekkel kapcsolatos eddigi megfigyelések és elképzelések bemutatására koncentrálunk [45].

3.1. A gammasugár-kitörések megfigyelésének korábbi eredményei

Gammasugár-kitörések észlelésekor [50] lényegében néhány keV - több tíz GeV energiájú, frekvenciájukat tekintve a gamma-sugárzás tartományába eső, nem-termális eloszlású fotonok hirtelen megjelenő, intenzív jelenlétét detektáljuk. A felfénylés karakterisztikus időtartamának (T_{90}) eloszlása széles csúcsok formájában két értéknél vesz fel maximumot: 0.3 és 30 másodpercnél. E két érték, azaz a felfénylés időbeli hossza alapján különítünk el rendre rövid- és hosszú kitöréseket [51, 52]. A kitörések fénygörbéjének gyorsan (másodpercek vagy töredék másodpercek alatt) változó jellege a forrás kompakt voltára enged következtetni [53].

A gamma-felfénylést követően hosszú kitörések esetében akár több napig tartó utósugárzásnak lehetünk tanúi, amely a röntgen, UV, és optikai tartományban csúcsosodik, majd fokozatosan halad az egyre alacsonyabb energiák felé [54, 55, 56]. Az utósugárzás spektrumának analízisekor sikerült FeII ill. MgII abszorpciós vonalak azonosításával becslést adni források vöröseltolódására, azaz távolságára [57]. Mivel e mérésekben abszorpciós vonalakat az átlagosan $z = 1$ távolságra lévő hordozógalaxis sugárzás útjába kerülő anyaga okozza, a GRB-források extragalaktikus volta ezzel bizonyítottá vált. Az extragalaktikus forrás elméletét a GRB-k izotropikus éggömbbeli eloszlása is megerősíti [58] (rövid kitörések távolságának becslésére kizárólag az eloszlás vizsgálata áll rendelkezésre, esetleg a direkt z-mérés). A távolságbecslés egyúttal a GRB-forrásban lejátszódó, extrém energiájú, relativisztikus és ultrarelativisztikus folyamatok létét is igazolta [59]. Mindez, valamint a forrás kompakt volta egyaránt arra enged következtetni, hogy GRB-k forrásaihoz fekete lyukak keletkezését vagy jelenlétét asszociálhatjuk.

Az első GRB-észlelések nyomán egyaránt felmerült annak gondolata, hogy azok forrása sugárzását közel gömbszimmetrikusan, valamint hogy anizotróp módon, kollimált nyaláb mentén bocsátja ki, amely észleléskor épp a megfigyelő felé mutat [63, 64, 65, 66, 67] (korábbi modell: [68, 69, 70, 71]). A két modell kb. egy nagyságrend különbséget eredményez a forrás által másodpercenként kibocsátott energia tekintetében, egyúttal pedig a megfigyelési gyakoriságból számolható eseménygyakoriság/Mpc^3 ráta számolásában is nagyságrendi különbségeket okoz (a megfigyelési eredményekből értelemszerűen a gömbszimmetrikus esetre adódik nagyobb forrásenergia, a gyakoriság-sűrűség pedig a nyaláb-modellre várható nagyobbnak).

A két elképzelés közül a megfigyelések a szűk nyaláb elméletét erősítették meg. A nyalábbal dolgozó modellek elméleti előjelzést adtak arra vonatkozóan, hogy a hosszú kitörés karakterisztikus idejénél hosszabb időskálán az utósugárzás fénygörbéjében letörést kell tapasztalnunk [72]. Ennek oka, hogy a nyalábban terjedő, kezdetben ultrarelativisztikus front fokozatosan relativisztikussá, majd nem-relativisztikussá válik

[73, 74, 75, 76, 77]. A fénygörbe letörését a GRB990510 [78] és GRB991216 [79]megfigyelése során egyaránt sikerült kimutatni, összhangban egy korábbi kitörés (GRB990123) megfigyelésének eredményeivel [80, 81, 82, 83]. A fénygörbe letörésének idejéből továbbá elméleti becslést adhatunk a gammasugár-nyaláb nyílásszögére [72], míg több szonda mérési eredménye alapján a GRB-forrás távolsága is megbecsülhető. A becsült nyílásszög - távolság függvény a két paraméter antikorrelációját mutatta [84], összhangban a nyalábot feltételező modellek elvárásával.

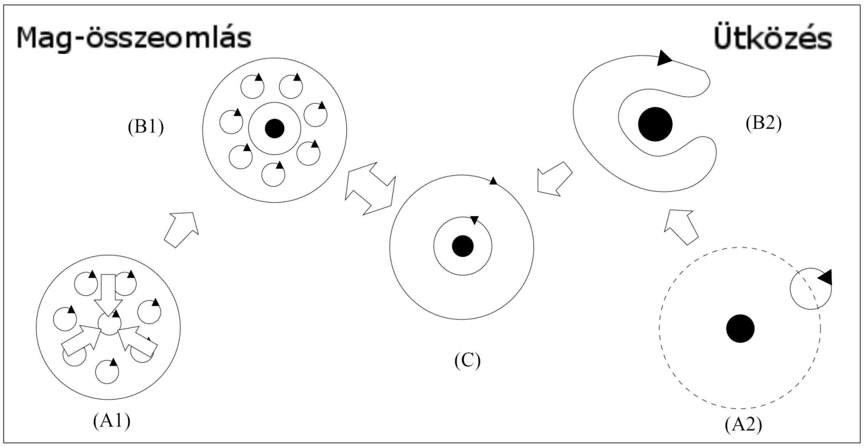
Hosszú kitörések forrásainak pozíciója és aktív, csillagformációs régiók pozíciója között sikerült korrelációt kimutatni [85]. Ugyanígy korreláció fedezhető fel a hosszú GRB események, és Ib/c típusú szupernóva-robbanások között (pl. GRB980425/SN1998bw - [86, 87, 88], GRB030329/SN2003dh - [89, 90], GRB021211/SN2002lt - [91, 92], GRB031203/SN2003lw - [93, 94, 95, 96]). A korreláció mértékének ismeretében a szupernóva-események gyakoriság-sűrűségéből a hosszú GRB-események gyakoriság-sűrűségét is megbecsülhetjük. A számolásokban kapott érték ismét a nyalábmodellt igazolta [67, 84].

A nyaláb irányultságát kompakt forrást feltételezve kétféle anizotrópiához köthetjük: a forrás forgástengelyéhez, és/vagy mágneses terének tengelyéhez. Erős mágneses tér jelenlétét a detektálás során mért sugárzás kis mértékű polarizáltsága is megerősíti [97], amely részben a mágneses tér miatt kialakuló szinkrotron sugárzás eredményének tudható be [98, 99, 100, 72, 101]. A mágneses tér továbbá a sugárnyaláb kollimáltságának forrása is lehet.

Jóllehet a fenti eredmények a hosszú GRB-k forrásának fenomenológiájára ad bizonyos előrejelzéseket (kompakt forrás, fekete lyuk és szupernóva asszociáció, erősen anizotróp módon terjedő sugárzási front, erős mágneses tér jelenléte), a GRB-k kialakulásának, valamint a forrás tulajdonságainak pontosabb ismerete - további mérési eredmények hiányában - egyelőre várat magára.

3.2. A gammasugár-kitörések egyenletesen mágnesezett akkréciós gyűrűt feltételező modellje

A hosszú GRB-források fenomenológiájának és kialakulásának modelljére [16, 45] kíván új alternatívát nyújtani. A modell pontos előrejelzéseket ad ezen GRB-forrásokból érkező GW-jelek alakjára, gyakoriságára, frekvencia- és időfüggő tulajdonságaira. A pontos jelalak célzott keresése révén a modell



7. ábra. Egy centrális Kerr fekete lyuk körül kialakult egyenletesen mágnesezett tórusz mágneses terét topológiailag két, egymással ellentétes irányban mozgó töltésgyűrű mágneses hatásaként adhatjuk meg (C). E konfiguráció gyakori végterméke akár erős mágneses térrel rendelkező, nagy tömegű csillagok összeomlási folyamatának (A1-B1), akár a egy önálló fekete lyuk mágneses neutron csillaggal való közelkerülésének eredményeként, amikoris a fekete lyuk a neutroncsillag anyagát árapályerők révén önmaga köré rendezi (A2-B2). (Forrás: [60])

előrejelzéseit ellenőrizni tudjuk. A forrásból EM-sugárzás formájában felszabaduló energiára, az eseménygyakoriságra, és számos más, már ellenőrzött paraméterre a modell a korábbi megfigyelésekkel kompatibilis eredményt ad. Az elkövetkezendőkben a modell vázlatos ismertetésére törekszünk.

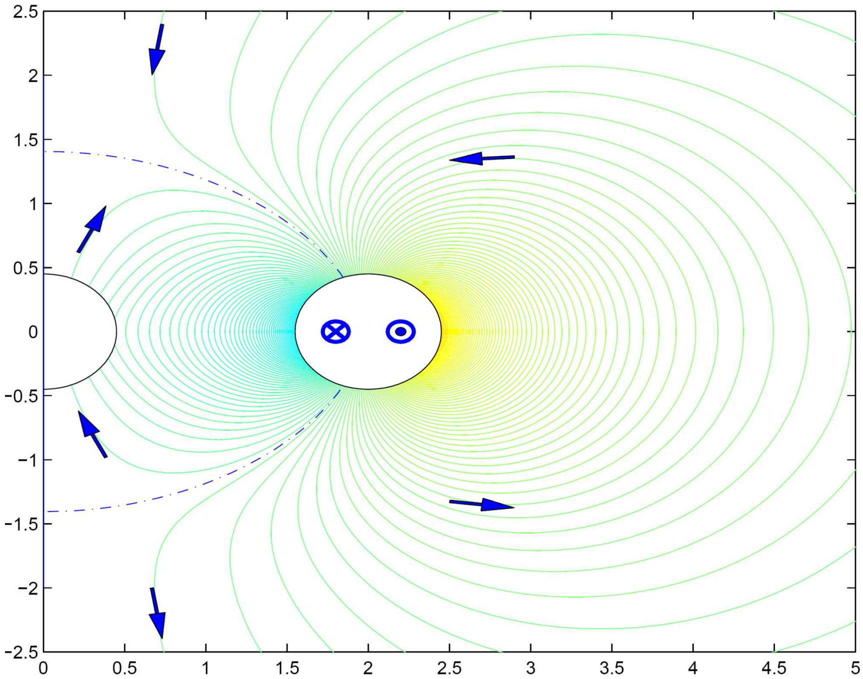
Bizonyos típusú csillagok (Wolf-Rayet csillagok) fejlődésének végstádiumában Ib/c típusú szupernóva-robbanást várunk. E robbanások mintegy $0.2-0.4\%$-át a tapasztalatok szerint hosszú gammasugár-kitörés követi [102]. A szupernóva-robbanás végtermékeként feltételezzük, hogy a centrumban egy Kerr-típusú (forgó) fekete lyuk képződik, miközben a robbanásban lelökődött anyagfelhő folyamatosan tágulva távolodik. A visszamaradt anyag egy részét a fekete lyuk gravitációs hatása kötött állapotban tartja, amely anyag egy mag körüli tóruszt formálva kvázistabil pályán mozog. A tórusz anyaga a forráscsillag feltételezett mágneses terének egy részét megőrzi (csakúgy, mint a fekete lyuk), topológiai analógiát tekintve két, egymással ellentétes irányban mozgó töltésgyűrű együttes mágneses terének formájában (7. ábra, A1-B1-C ág).

Az előzőekhez hasonló struktúrájú rendszer kialakulását várjuk abban az esetben, ha egy önálló, mágneses térrel renelkező fekete lyuk pl. neutroncsillag-partnerrel találkozva azt árapály erők révén megsemmisíti, anyagából pedig a már említett tórusz + anyagburok rendszert alakítja ki 7. ábra (A2-B2-C ág). A tórusz mágneses tere ebben az esetben a neutroncsillag mágneses terének maradványait őrzi.

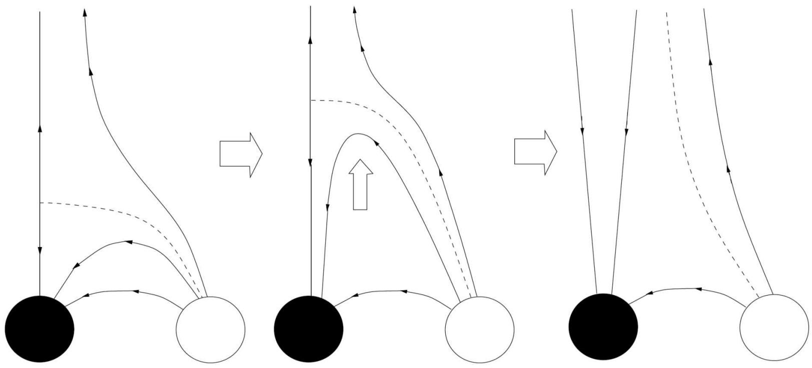
A tórusz környezetével folyamatos dinamikai kölcsönhatásban van. A fekete lyuk gravitációs vonzó hatása miatt a tórusz belső széléről kis mértékben anyagáramlás következik be a fekete lyuk irányába. Anyagkilökődés a tórusz forró felületéről szintén folyamatos. A tórusz mágneses tere révén továbbá kölcsönhatásban van a fekete lyuk, és a (tórusz méretéhez képest lényegében végtelen távol lévő) maradványburok anyagának mágneses terével (8. ábra).

A tórusz forró felületéről folyamatosan leváló anyag a tórusz mágneses terét dinamikusan alakítja. A belső gyűrűt a fekete lyukkal összekötő mágneses erővonalakat a külső gyűrűt a végtelennel összekötő erővonalaktól elválasztó szeparátrix-görbe e dinamikus anyagáramlás következtében a fekete lyuk felületétől a végtelen felé távolodik, és a fekete lyuk mágneses terével együttesen tölcsért formál (9. ábra). A tölcsér belsejében a mágneses térerővonalak a végtelen felé tartanak széttartó módon. Az erős mágneses tér nagy energiasűrűsége miatt a tölcsér belsejében intenzív párkeltés indul meg. A keletkező pártöltések egyik tagjára a nevezett mágneses tér a fekete lyuk irányából nézve taszító erőt fejt ki, míg a másik partnerre a centrum felé vonzót. A fekete lyuk gravitációs hatása e ponttöltésekre a fellépő elektromágneses vonzó- és taszítóerőkhöz képest elhanyagolható. A részecskepár impulzusmomentuma egymással ellentétes: távolból nézve a fekete lyukból folyamatos impulzusmomentum kiáramlást észlelünk. Az impulzusmomentum a fekete lyuk közeléből a tölcsérek mágneses tere által relativisztikussá gyorsított töltés-jetek formájában távozik (mivel a fekete lyuk észak-déli mágneses pólusán a mágneses erővonalak irányultsága ellentétes, a fekete lyuk két oldalán ellentétes töltések kisugárzása és elnyelése történik. Emiatt a rendszer nettó elektromos töltése állandó marad.).

A relativisztikus töltés-jetek végül a külső maradvány-burokban fékeződnek le (10. ábra). A fékezési folyamat során keletkező gamma-sugárzás az, amelyet gammasugár-kitörés formájában észlelünk. Az anizotróp töltés-jet kibocsátás miatt a gamma-fotonok kibocsátása is anizotrópiát fog mutatni. A folyamat a fekete lyuk impulzusmomentumának drasztikus lecsökkenéséig, vagy a mágnesezett tórusz anyagának disszipációjáig történik. Becslések



8. ábra. A Kerr fekete lyuk (balra) és a tórusz (középen) közös mágneses terének hosszmetszeti képe a [16, 45] modell alapján. Az ellentétes töltésáramot a tórusz metszeti képébe helyezett kereszt és kör szimbolizálja. A tórusz mágneses terének erővonalai a tér egy részében zárt erővonalakat képeznek a fekete lyuk eseményhorizontját elkerülve, az erővonalak egy része a fekete lyuk felületén végződik (amely felület topológiailag az aszimptotikus végtelennek megfeleltethető), egy részük pedig a végtelenbe tart. Az utóbbi két erővonal-tartományt a szaggatott vonallal jelzett szeparátrix választja el (a szeparátrix három dimenzióban értelemszerűen egy kétdimenziós felületet alkot). A mágneses tér irányultságát az ábrán nyilak jelzik. (Forrás: [16])



9. ábra. A tórusz (fehér kör) felületéről kiinduló mágneses szelek és folyamatos anyagleválás a fekete lyukkal közös mágneses tér szeparátrixfelületét fokozatosan a végtelen felé nyújtja el. Az átalakulási folyamat eredményeként a fekete lyuk (fekete kör) mágneses pólusai mentén a mágneses tér "tölcséralakot formál". (Forrás: [60])

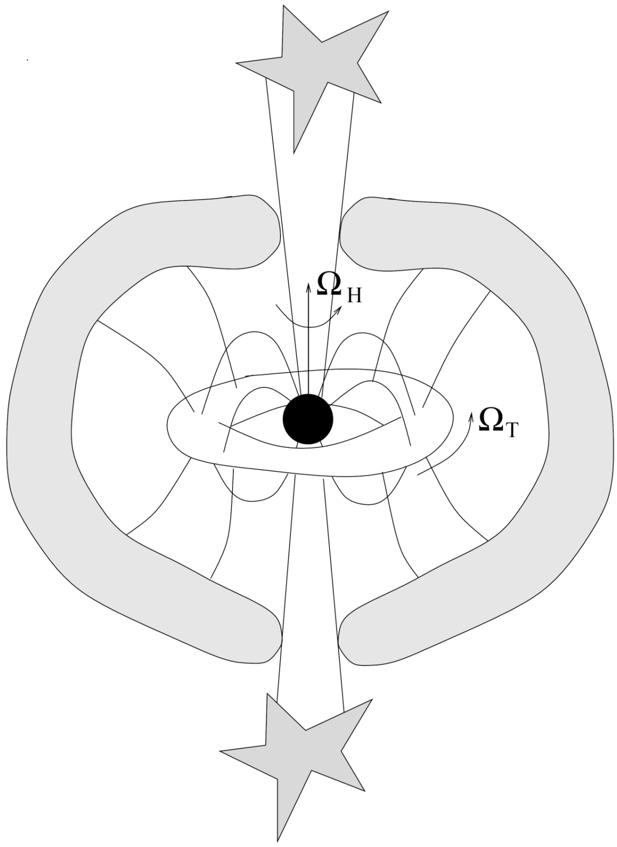
szerint e két folyamat közül az előbbi dominál, és a modell a GRB karakterisztikus idejét

$$T \simeq 90s\left(\frac{M_H}{7M_\odot}\right)\left(\frac{\eta}{0.1}\right)^{-8/3}\left(\frac{\mu}{0.03}\right)^{-1/2} \tag{38}$$

hosszúra becsüli, a hosszú kitörések észlelt időtartamával egyezően [61]. A megadott képletben M_H a Kerr fekete lyuk tömegét, $M_\odot$ a Nap tömegét jelöli. η definíciószerűen a tórusz és a fekete lyuk tömegének, μ pedig szögsebességük arányának abszolútértékét jellemzi.

A tórusz sűrűségeloszlása már kialakulásakor sem lesz egyenletes. A lokális sűrűségfluktuációkat az öngravitáló hatás, valamint a tóruszban terjedő sűrűséghullámok is változtatják. Mindezen jelenségek, valamint a tórusz fekete lyuk körüli mozgása együttesen létrehozzák a gravitációs sugárzás kibocsátásához szükséges, időben változó kvadrupólmomentumot. Amíg tehát a tórusz a fekete lyuk körül kering, e kettősrendszerből folyamatos gravitációshullám-kibocsátást várunk. A modell előrejelzései szerint a sugárzás a valódi gamma-kitörés energiájához képest mintegy három nagyságrenddel több,

$$E_{gw} \simeq 4\times 10^{53} erg\left(\frac{\eta}{0.1}\right)\left(\frac{M_H}{7M_\odot}\right) \tag{39}$$



10. ábra. A hosszú gammasugár-kitörések egyenletesen mágnesezett tóruszt feltételező modellje. A tórusz a centrális, Ω_H szögsebességgel forgó Kerr fekete lyuk körül Ω_T szögsebességgel kering, ahol $\Omega_T < \Omega_H$. A közösen kialakított mágneses tér által relativisztikussá gyorsított töltések két, ellentétes irányultságú nyaláb mentén, anizotróp módon távoznak a centrum lokális környezetéből, amely töltésáram a külső maradványburoknak ütközve gamma fotonok intenzív kibocsátását indukálja. A néhány tíz másodpercig tartó folyamat során a fekete lyuk impulzusmomentumot veszít, a tórusz a fekete lyuktól a mágneses csatolódás révén impulzusmomentumot nyer. A folyamat a fekete lyuk forgási energiájának jelentős redukciója révén marad abba (ekkor $\Omega_H \simeq \Omega_T$), amely egyúttal a tórusz felbomlását is eredményezi. (Forrás: [16])

energiát hordoz. Ezen sugárzási energia kibocsátása a teljes 4π térszögben történik, jóllehet anizotróp módon. Az anizotrópia mértéke ugyanakkor messze elmarad a GRB anizotrópiájának mértékétől, amely lehetőséget ad tehát olyan GRB detektálására is, amelyek gammasugár-nyalábja nem felénk mutat. A GW-jel ezen felül a gamma-jelnél várakozásaink szerint másodpercekkel, tízmásodpercekkel előbb érkezhet a megfigyelés helyére, mivel gamma sugárzást a maradványburokban lefékeződő töltések keltenek, míg a tórusz által kibocsátott GW e maradványburkon szinte kölcsönhatás nélkül áthalad.

A fekete lyuk körüli tórusz a fekete lyukkal mágneses-, és sugárzási csatolásban van. A kezdetben a tórusznál nagyobb szögsebességgel forgó fekete lyuk e csatolódásokon keresztül a tórusznak folyamatosan képes inpulzusmomentumot átadni. A tórusz sugárzási impulzusmomentum-vesztesége tehát a fekete lyuk nagyobb szögsebességgel való forgása idejéig pótlásra kerül. Ugyanígy amíg a lyukra e gyorsabb forgás állapota fennáll, a fekete lyuk lokális környezetéből (több csatornán) érkező sugárzás a tórusz sugárzási- és mágneses szelek általi anyagveszteségét pótolni tudja. Ezidő alatt tehát a tórusz nettó anyagvesztesége minimális lesz. Amint a lassuló fekete lyuk szögsebessége (Ω_H) eléri a tórusz keringési szögsebességét (Ω_T), a fekete lyuk impulzusmomentum-pótló hatása megszűnik, anyagpótló hatása pedig a tórusz anyagveszteséget nem lesz már képes ellensúlyozni. A tórusz sugárzási energia- és impulzusmomentum-vesztesége, valamint magnetohidrodinamikai instabilitások megnövekedett szerepe révén stabilitását elveszti, struktúrája felbomlik, anyagát pedig a fekete lyuk, vagy a környezete felemészti. Ezzel a rendszer intenzív gravitációshullám-kibocsátása megszűnik.

A kibocsátott hullámjel átlagos frekvenciája a modell szerint:

$$f_{gw} \simeq 500Hz \left(\frac{\eta}{0.1}\right) \left(\frac{7M_\odot}{M_H}\right) \tag{40}$$

amely a kvadrupól-tag forrás miatt a tórusz keringési frekvenciájának kétszeresével egyezik meg. A tórusz keringési frekvenciája ezen felül a fekete lyukkal való mágneses csatolódása révén folyamatosan nőni fog, amíg el nem éri a fekete lyuk forgási frekvenciáját (értelemszerűen a fekete lyuk pedig közben lassul, ez tehát egy egyensúlyi frekvenciát fog a folyamat végén eredményezni). A modell előrejelzése szerint a jel frekvenciája a teljes GW-sugárzási idő (T $\sim$ néhány tíz másodperc) alatt mindössze $\sim$ 10%-ot változik.

Megemlítenénk, hogy a tórusz a fekete lyuk körül precessziós mozgást is végezhet (Lense-Thirring precesszió, [62]), amely a gravitációshullám-jelet modulálni fogja. A modulációs frekvencia, azaz a precesszió szögsebessége (Ω_{LT}) kifejezhető a tórusz szögsebességének valamilyen konstans C-szereseként. C értéke az átlagos $\eta = 0.1$ értéket alapul véve $C = 0.1$, a modulációs frekvencia tehát ilyenkor $\sim$ 10%-a a jelfrekvenciának.

Adott θ precessziós szög, és ι_0 szöggel jellemezhető megfigyelési irányra (lásd 11. ábra) a GW-jel alakja:

$$h_+ = A_0 \frac{1 + \cos^2 \iota}{2} \cos(2\Omega_T t) \tag{41}$$

az egyik, és

$$h_\times = -A_0 \cos \iota \sin(2\Omega_T t) \tag{42}$$

a másik polarizációs irányra, ahol

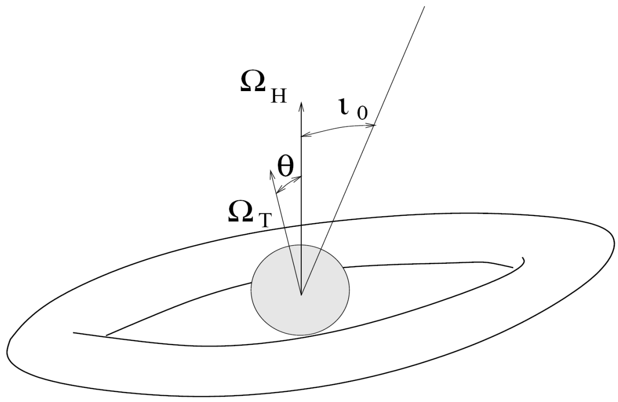
$$\cos \iota(t) = \sin \iota_0 \sin \theta \cos(\Omega_{LT} t) + \cos \iota_0 \cos \theta, \tag{43}$$

A_0 pedig a forrás távolságától is függő amplitúdó-jellegű mennyiség.

Végezetül megjegyezzük, hogy az általunk vázolt modell a (41) és (42) jelek beérkezési gyakoriságát $\sim$ 1 esemény/év -re becsüli egy 100 Mpc sugarú potenciális forráskörnyezetet tekintve.

4. Adatanalízis

Az előző fejezetben megismertük a gammasugár-kitörések azon új modelljét, amelyet jelkereső programunk megírása révén elsőként ellenőrizni kívántunk. A jelkereső algoritmusok kidolgozásánál ugyanakkor ügyeltünk arra, hogy segítségükkel más modelleket is vizsgálat tárgyává tehessünk, lehetőségeinket GW-jelek megtalálására ne csupán egyetlen modellre korlátozva biztosítsuk. Programunkat ezért úgy alkottuk meg, hogy az általában képes legyen állandó, vagy kvázi-állandó frekvenciájú hullámjelek megtalálására. A program keresési érzékenységének tesztelésekor szintén törekedtünk a lehető legszélesebb körű általánosításra.



11. ábra. Az Ω_T szögsebességgel a fekete lyuk körül keringő tórusz magneto-hidrodinamikai instabilitások révén bizonyos esetekben precesszálni képes az Ω_H szögsebességgel forgó fekete lyuk körül (Lense-Thirring precesszió, [62]). A precesszió síkjának normálisa a fekete lyuk forgástengelyével θ szöget zár be. A rendszer megfigyelésének irányszöge szintén e forgástengelyhez mérve ι_0. A precesszióra jellemző Ω_{LT} szögsebesség a modell szerint $\Omega_T \sim 10\%$-a a nominális $\eta = \Omega_T/\Omega_H = 0.1$ értékre. A precesszió a tórusz által kibocsátott gravitációs hullámokat Ω_{LT} körfrekvenciával modulálja. (Forrás: [16])

Ahogy a (1.4) alfejezetben már láttuk, a keresés hatékonysága monokromatikus és kvázi-monokromatikus jelek esetén is függ a jelek időbeli hosszától. Programunk egyfelől alkalmas olyan időskálájú (monokromatikus vagy kvázi-monokromatikus) jelek megtalálására, amelyek rövidebbek annál, hogy a Föld forgása, vagy Nap körüli keringése zavaró moduláló hatást fejthetne ki rájuk, de alkalmas hosszabb jelek megtalálására is, amennyiben a modulációs hatást eliminálni tudjuk (pl. a forrás éggömbbeli pozíciójának ismeretében).

A jelkeresés elvégzésére két, egymástól független eljárást dolgoztunk ki. A két algoritmus külön-külön, de egy programban összekombinálva is használható. A nevezett algoritmusokkal a kvázi-monokromatikus GW-jeleket az idő-frekvencia térben keressük. A bemeneti idő-amplitúdó adatsort a jelkeresésre előkészítő (előfeldolgozó) eljárás mindkét esetre azonos, ennek tárgyalását ezért együttesen végezzük el.

4.1. A bemeneti adatsor

A program bemenete egy idő-amplitúdó adatsor, amelynek hossza tetszőleges lehet. A következőkben feltételezzük, hogy a rendelkezésre álló adatsorunk végtelen hosszúságú. Az analízis kezdőlépéseként e végtelen hosszú adatfolyamból választunk le egy véges hosszúságú szakaszt, amelynek hossza megadható a program bemeneti paramétereként. Az analízist a továbbiakban e véges hosszúságú szakaszra végezzük el, majd annak végeztével a végtelen adatsor újabb, az előzővel megegyező hosszúságú szakaszát választjuk le. Az egymást követő analízisek során tehát a végtelen adatsor egymást követő szakaszait használjuk úgy, hogy a szakaszok között átfedés legyen.

A szándékos adatátfedés célja kettős. Lehetővé teszi, hogy az analízis során alkalmazott diszrét Fourier-transzformáció és frekvenciaszűrés széleffektusai, és az ezek miatti tranziens szakaszok levágása ne okozzon adatveszteséget a jelkeresésben, másrészt az egyes adatszakaszok határain átnyúló jelek így a valóságnak megfelelően összetartozóként kerülnek azonosításra. Az adatszakaszok közötti átfedés mértéke a program számára szintén bemeneti paraméterként adható meg.

A bemeneti fájlban, amely az adatsort tartalmazza, az egyes amplitúdóértékeknek megfelelő számértékek valós időben az adott mintavételi frekvencia (Fs, esetünkben $Fs = 16384Hz$) által meghatározott diszkrét időlépések szerint követik egymást, egy sor- vagy oszlopvektor elemeiként. Az adatsor két, egymást követő számértéke (mért amplitúdóértéke), azaz a vektor két szomszédos elemének mérése között eltelt valós idő tehát $\Delta t = 1/Fs$. A bemeneti, végtelen hosszúságúnak feltételezett amplitúdóvektor egyúttal egy diszkrét pontokban értelmezett $\mathbb{R}$-ből $\mathbb{R}$-be képező függvényként is felfogható ($f(t)$), amelynek tehát paramétere t. Amennyiben a detektálási idő alatt gravitációshullám-jelet is észlelünk, az az adatsorban lineárisan szuperponálódik a folyamatosan jelen lévő zajsorozathoz. A fent definiált $f(t)$ függvény tehát két tag összegéből tevődik össze:

$$f(t) = n(t) + h(t) \tag{44}$$

ahol $n(t)$ a zaj járuléknak, míg $h(t)$ a jel járulékának megfeleltetett $\mathbb{R}$-ből $\mathbb{R}$-be képező függvény. A méréstechnikában megszokott gyakorlatként a fenti függvények t (idő) paraméterét óraütésekben mérjük (az tehát dimenziótlan mennyiség lesz), diszkrét értékeknél értelmezve.

4.1.1. A zaj

Jelkereső algoritmusunkat kétféle zajfüggvénnyel teszteltük: mesterségesen szimulált zajjal, és a LIGO H1 (Hanford, 4 km) detektora valós zajsorozatának egy módosított változatával.

A szimulált zajmintát normális eloszlású véletlenszámok generálásával állítottuk elő. A mért amplitúdóértékeknek megfeleltetett véletlenszámsorozat átlagértékét minden esetben zérusnak, szórását pedig egységnyinek választottuk. A generált véletlenszámok értékei időben (a számítógép precíziós pontosságán belül) nem korrelálnak.

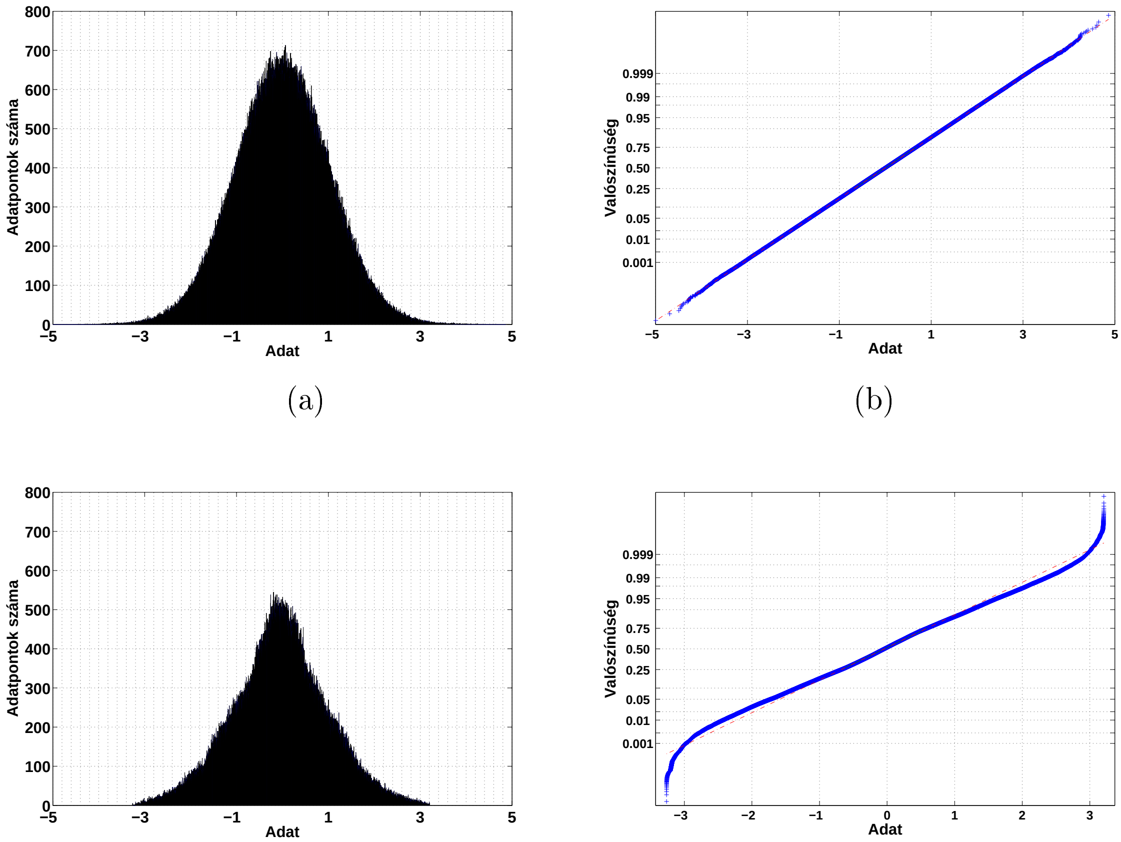
A generált zajminta normális eloszlásának, az eloszlás átlag- és szórásértékének ellenőrzésére elkészítettük a minta hisztogrammját. A kapott hisztogramm alapján a szimuláció során kapott zajminta átlagértéke és szórása megadható, az elméletileg várt zérus- és egységértékkel összehasonlítható. Az ellenőrzési eljárások eredményeit a 12. ábrán foglaltuk össze.

A második esetben a LIGO kísérleti úton kapott zajmintájának módosítására azért volt szükség, mivel a LIGO belső adminisztrációs szabályzata értelmében valódi LIGO adatsorok szimulációs és publikácós felhasználásához keresőalgoritmusunk sikeres tesztelését követően nyerhetünk csak - a közeljövőben - engedélyt. Határozott célunk volt mégis, hogy a kísérleti berendezés zajszennyezéséből származó valódi zajminta statisztikai tulajdonságaiból (pl. amplitúdóeloszlását, frekvenciaspektrumának kompatibilitását a LIGO detektor érzékenység-görbéjével) minél többet megőrizzünk, és az e szempontot figyelembe vevő módosítási eljárás eredményeként kapott zajmintával keresőprogramunk érzékenységét teszteljük.

A módosítási eljárás a következőkből állt:

1. a valódi, végtelen hosszúságúnak feltételezett zajminta egy $2N$ elem hosszúságú, összefüggő szakaszát kiemeljük, majd kettéválasztjuk úgy, hogy e minta első elemétől az N-dik eleméig terjedő elemsorozat, valamint az $N+1$-dik elemtől a $2N$-dik eleméig terjedő elemsorozat a továbbiakban két, különálló adatsort alkosson. A két adatszakasz tehát azonos számú elemből fog állni.

2. a két, N elemű adatsort FFT-eljárással külön-külön Fourier-transzformáljuk, amely eljárás során egy-egy különálló, komplex számokból álló, N elemű adatsort kapjuk,



(a) (b)

(c) (d)

12. ábra. A szimulált zajmita és a módosított LIGO zajminta hisztogrammja (a-c) és normális valószínűségi ábrázolása (b-d). A minták elemszáma $10s \times Fs$, a hisztogrammok binjeinek száma 10000. A szimulált zaj eloszlása gaussi, zérus átlaggal és egységnyi szórással, míg a módosított LIGO zaj eloszlása eltér a normális eloszlástól. A módosított LIGO zaj amplitúdóértékei korábban már normálásra kerültek a minta szórásával, ami $\sigma = 5.7 \cdot 10^{-17}$.

3. a két adatsor közül tetszőlegesen kiválasztjuk az egyiket, amely komplex elemeit önmaguk abszolútértékére cseréljük ki, míg a másik adatsor komplex elemeit önmaguk fázisértékére,
4. a kapott abszolút- és fázisértékeket elemről elemre egyetlen, N elem hosszúságú, ismét komplex számokból álló adatsorban kombináljuk össze: az új adatsor komplex számainak abszolútértékét tehát az első, fázisértékét pedig a második adatsor megfelelő elemével azonosítjuk,
5. a kapott, N komplex elemű adatsort inverz FFT-eljárással inverz Fourier-transzformáljuk,
6. a továbbra is komplex elemekből álló adatsor minden elemének valós részét tekintjük a továbbiakban módosított LIGO zaj mintának, amelyet aztán tesztjeink során felhasználjuk.

A módosított LIGO zaj statisztikai tulajdonságait szintén a hisztogramm megadásával szemléltetjük a 12. ábrán. A kapott eloszlás zérus érték körül, szimmetrikusan szór, kis amplitúdóértékeknél a normális eloszlásnál magasabb valószínűséggel. A normális eloszlás, mint nullhipotézis tehát erre az eloszlásra nem áll.

Mivel a jelkeresés során a jel amplitúdója szabad változó, a módosított LIGO zajminta amplitúdóértékeiben szabadon normálható. Hogy nagyságrendjét tekintve mégis a szimulált zajjal váljon összemérhetővé, a zajminta amplitúdóértékeit - önkényesen - eloszlásukra illesztett Gauss-görbe szórásértékével ($\sigma = 5.7 \cdot 10^{-17}$) normáljuk. A normálási faktor kiválasztását az indokolja, hogy a minta valódi normális eloszlása esetén az eloszlást így egységnyi szórásúvá tudnánk tenni, ami tehát megfelelne a szimulált zajra is jellemzővel.

4.1.2. A jel

Ahogy ezt a 1.1 fejezetben már említettük, a gravitációs hullámok a természetben kétféle polarizációval rendelkeznek. Bármely valódi jel - és annak digitális adatsora - ezért e két különböző polarizációjú komponens linárkombinációjaként áll elő:

$$h(t) = F_{\times} h_{\times}(t) + F_{+} h_{+}(t) \tag{45}$$

ahol $h_\times(t)$ és $h_+(t)$ a jel kétféle polarizációjának megfelelő idő-amplitúdó függvény, míg $F_\times$ és F_+ az ezekhez tartozó lineáris együtthatók (35) és (36) szerint. Az esetünkben keresett jelnek megfelelő idő-amplitúdó függvény a kétféle polarizácós esetre, [16] alapján, és a 3.2 alfejezetben tárgyaltaknak megfelelően ((41) és (42) egyenletek) a következő:

$$h_+(t) = A \times (1 + l(t)^2) \times \cos\left(2\Omega_T(t) \times \frac{t}{Fs}\right) \tag{46}$$

az egyik, és

$$h_\times(t) = -2A \times l(t) \times \sin\left(2\Omega_T(t) \times \frac{t}{Fs}\right) \tag{47}$$

a másik polarizációs irányra. A fenti kifejezésekben szereplő A a jelek amplitúdóját jellemző konstans érték, míg $\Omega_T(t)$ és $l(t)$ az időnek két függvénye; utóbbi az alábbiak szerint:

$$l(t) = B \times \cos\left(C \times \Omega_T(t) \times \frac{t}{Fs}\right) + D \tag{48}$$

ahol B, C és D a forrás, és annak mozgásának meghatározott paramétereiből származtatható konstansok (lásd (3.2) alfejezet). Az $\Omega_T(t)$ időfüggő körfrekvencia az időnek tetszőleges folytonos függvénye lehet, keresőalgoritmusunk tesztelésekor azonban $\Omega_T(t)$-re lineáris, és parabolikus közelítést alkalmaztunk. A fenti függvények definiálásakor az időt (t) minden esetben óraütésekben mértük.

Mivel programunk a jelek keresését az idő-frekvencia térben végzi, valamint mert a jelek frekvenciájának változását leíró függvény mindkét polarizáció esetén azonos, magától értetődő, hogy keresőalgoritmusunk azonos eredményt és érzékenységet fog produkálni mindkét jeltípusra. Ezen feltételezésünket a szimulációs vizsgálatok során kapott eredmények megerősítették. A továbbiakban ezért elegendőnek ítéljük, ha teszteredményeinket csupán az egyik polarizációjú ($h_+(t)$) jel esetére tárgyaljuk (azaz mintha a $h(t)$ képletében megadott $F_\times$ lineáris együttható zérus értékű lenne).

4.2. Az analízis: előfeldolgozó eljárások

Jelkereső programunk három alapvető lépésből áll. Ezek sorrendben a következők:

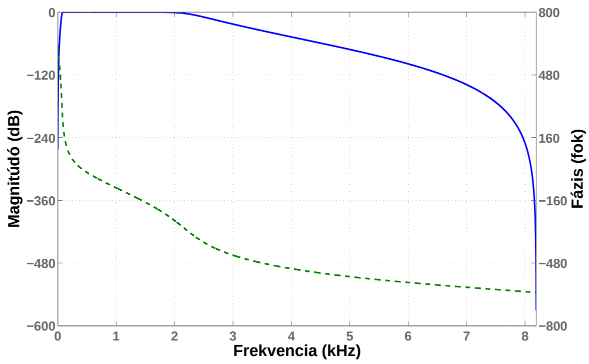
1. Adatszűrés
2. Diszkrét Fourier-transzformáció és spektrumsimítás
3. Képfeldolgozó eljárások

Dolgozatom ezen alfejezetében e három lépésből az adatszűrés, a Fourier-transzformáció és a spektrumsimítás témakörét kívánom tárgyalni. A képfeldolgozó eljárások ismertetésére külön fejezetet szentelnék.

4.2.1. Adatszűrés

Az adatsort előállító detektor érzékenysége frekvenciaértékenként változik. Ahogy az 5. ábrán láttuk, a LIGO detektorainak esetében meredek érzékenységcsökkenést tapasztalunk a $\sim 80 - 100$Hz-nél alacsonyabb frekvenciatartományokban, és e detektorok ugyancsak magas zajszinttel működnek a ~ 2000Hz feletti frekvenciatartományban. A mért adatsor $80 - 2000$Hz tartományon kívül eső részét - mivel az nagyrészt zajhatások eredménye, egy $80 - 2000$Hz-en sáváteresztő (Butterworth) IIR-szűrővel szűrhetjük ki (13. ábra). A digitális szűrést az időtérben végezzük. Ahhoz, hogy a szűrés az adatpontok fázisát ne változtassa meg, ugyanazon digitális szűrőn az adatsort, majd annak időtükrözöttjét is átengedjük. A kétszeres szűrés együttesen egy zérus fázisú sáváteresztő szűrő hatásának fog megfelelni az adatsoron.

A LIGO érzékenység-görbéjében található vékony zajcsúcsok adatsorból való kivágását hasonló elvet alkalmazva kivitelezzük, erre a célra speciálisan tervezett digitális szűrővel. Amennyiben a szűrést a frekvenciatérben végeznénk el, az adatsor diszkrét Fourier-transzformációja során a csúcsok energiája egyenletesen oszlana el a hozzájuk tartozó (náluk 10-szer, 100-szor szélesebb) frekvenciabinben. Ezen teljes bint ezután kivágva a csúcsok széles frekvenciakörnyezetét torzítanánk el. Mivel a szűrést az időtérben maradva végezzük, a diszkrét Fourier-transzformációval járó csúcs-kiszélesedés nem lép fel zavaró hatásként: a vékony csúcsokat frekvenciakörnyezetük lényegi



13. ábra. Az adatszűréshez használt sáváteresztő szűrő magnitúdó- (kék, folytonos görbe) és fázis- (zöld, szaggatott görbe) válaszfüggvénye. Ahhoz, hogy a szűrő fázismódosító hatását elimináljuk, a szűrőt a minták normál, majd időtükrözött változatára is hattatjuk az időtérben.

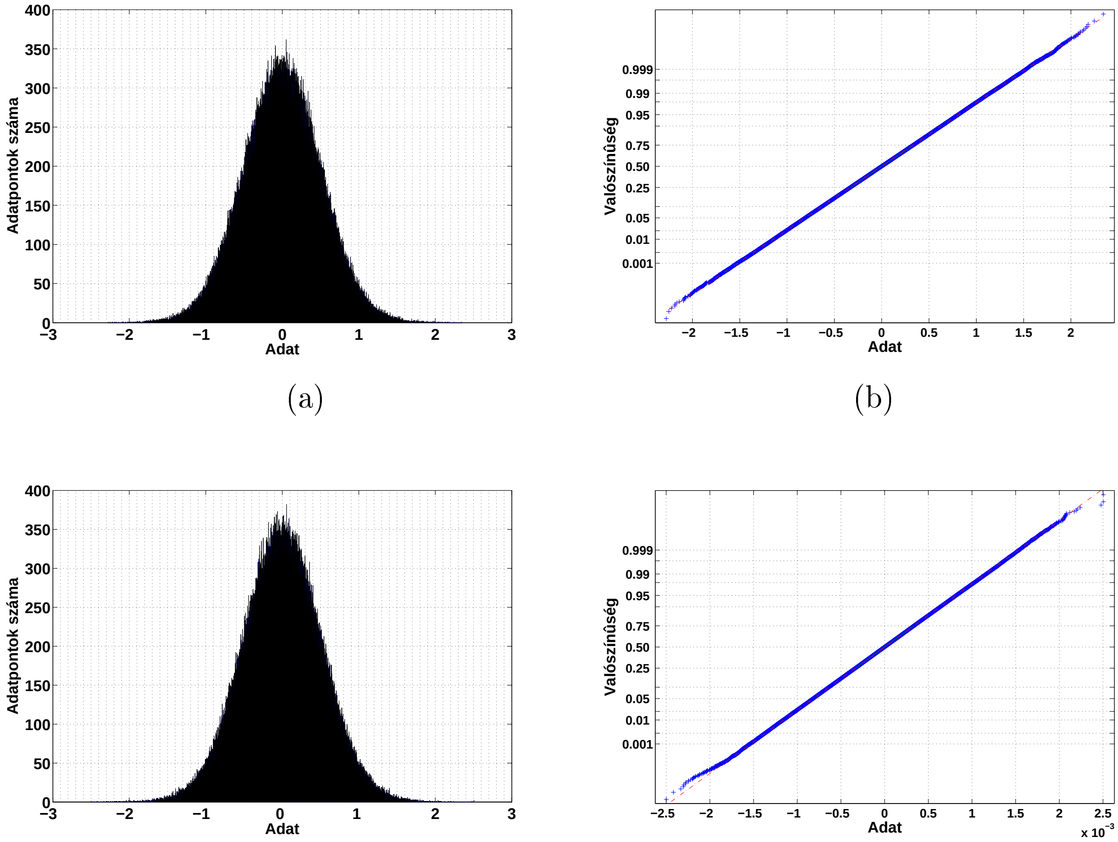
változtatása nélkül képesek vagyunk kiemelni. Ez igen lényeges előnye az időtérbeli szűrésnek, szemben a frekvenciatérben alkalmazott szűrő eljárásokkal.

A szűrők tranziens szakaszainak eltávolítására az adat meghatározott hosszúságú kezdeti- és végszakaszát (esetünkben az adatszakasz 1/4-1/4-ét) kivágjuk, és a további analízisből kihagyjuk. A levágni kívánt szakasz hossza szintén a program bemeneti paramétereként adható meg.

E szűrő eljárással adatsorunk zajszintjét jelentősen képesek vagyunk csökkenteni, a megfelelő frekvenciatartományban feltételezett jelet pedig a háttérzajból jobban kiemelni, kontrasztosabbá tenni tudjuk. Az adatszűrés hatását a kétféle zajtípusra megadva szemléltetjük az 14. ábrán.

4.2.2. Diszkrét Fourier-transzformáció

A frekvenciaszűrést követően az eddig idő-amplitúdó térben kezelt adatsort idő-frekvencia térbe transzformáljuk. A transzformációs eljárásban diszkrét Fourier-transzformációval állítjuk elő az adatsor spektrogrammját. A transzformációhoz Tukey-ablakot (szűkített koszinusz-ablakot) használunk, ahol az ablakot (a szűkítés mértékét) jellemző paramétert 0.5-nek választjuk. Az egymást követő transzformált szakaszok között átfedést hagyunk: az átfedés



(a) (b)

(c) (d)

14. ábra. A szűrt zajminták hisztogrammja (szimulált - a, módosított LIGO - c), valamint normális valószínűségi ábrázolása (szimulált - b, módosított LIGO - d). A minták elemszáma $5s \times Fs$, kezdeti- és végszakaszukat - összesen a minta felét - levágtuk a tranziens szakaszok eltávolítása céljából. A hisztogrammok binjeinek száma 10000. A módosított LIGO zaj amplitúdóértékei korábban normálásra kerültek a még adatszűrésnek ki nem tett minta szórásával, ami $\sigma = 5.7 \cdot 10^{-17}$. Az adatszűrést követően mindkét zajminta közel gaussi eloszlást követ.

mértéke az ablakméret negyedével egyenlő.

A transzformáció eredményeként egy Fourier-együtthatókból álló komplex mátrixot kapunk. A mátrix sorai reprezentálják a frekvencia-, míg oszlopai az időtengelyt. A transzformáció során a skálából azonban csak bizonyos frekvencia- és időértékek maradnak meg. Ha a transzformált adatsor hossza N_{adat}, a transzformációs ablak mérete N_{ablak}, az elcsúsztatott ablakok közötti átfedés mértéke pedig $N_{\text{átfedés}}$, a kimeneti idő-frekvencia mátrix oszlopainak száma (N_c):

$$N_c = fix(N_{adat} - N_{\text{átfedés}})/(N_{ablak} - N_{\text{átfedés}}) \tag{49}$$

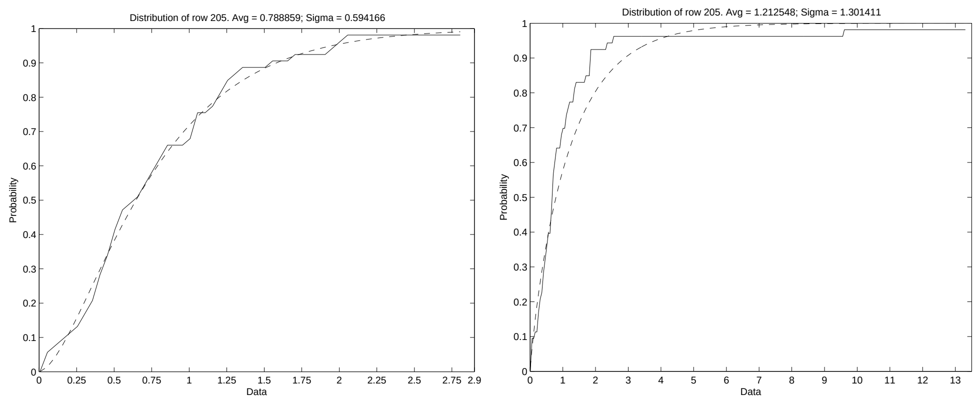
ahol a 'fix' művelet a zérus értékhez közelítő kerekítést jelent. A megfelelő számú oszlopra ezután az adatsor időhosszának megfelelő, lineáris időskála illeszthető. Alapbeállításként az idő a mátrix első oszlopától növekszik lineárisan. A mátrix sorainak száma megegyezik egy, a transzformáció bemeneti paramétereként megadott N_{fft} értékkel, ami a mi esetünkben $N_{fft} = 2048$, a transzformációs ablak méretével megegyező. A mátrix sorszámaira lineáris frekvenciaskála illeszthető, a mátrix első sorától kezdve növekvő módon.

A teljes idő-amplitúdó adatszakasz transzformációját követően a frekvenciaértékek, tehát a kimeneti Fourier-mátrix sorai közül csak azokat tartjuk meg, amelyek a korábbi frevenciaszűrő áteresztett sávtartományába esnek ($80 - 2048$Hz). Az e tartományon kívül eső spektrum megtartása az erőteljes szűrés miatt nem indokolt. A transzformáció utolsó lépéseként a mátrix komplex elemeinek abszolútértékét képezve egy $N_{fft} \times N_c$ méretű, valós elemű mátrixot kapunk.

4.2.3. Spektrumsimítás

Ahhoz, hogy az adatgyűjtés, frekvenciaszűrés és transzformáció során eltorzult mátrixsorokat - amelyek tehát egy-egy szűk frekvenciatartományhoz tartozó Fourier-együtthatókból állnak - egymással összehasonlíthatóvá tegyük, az egyes sorokat külön-külön normalizáljuk. Ezt a normalizációs eljárást nevezzük spektrumsimításnak.

Amennyiben az adott sornak megfelelő frekvenciaértéken az adatsorban jel ($h(t)$) nem ad járulékot, a kizárólag zajból származó Fourier-együtthatók gamma eloszlást követnek (lásd 15. ábra). Ez a null-hipotézis pl. LIGO zajra az alacsony együtthatóértékekre nem áll. Jel adatsor-beli jelenléte esetén az adatsor kísérletileg kapott eloszlása a magas Fourier-együttható értékek tartományában is eltér a feltételezett gamma eloszlástól.



(a) (b)

15. ábra. A Fourier-mátrix egy adott sorbeli értékeinek eloszlása csak zaj (a) és zaj+jel (b) jelenléte esetén. A kísérletileg kapott eloszlásra jel hiányában gamma-eloszlás illeszthető (elméleti görbe). Jel adatsorbeli jelenléte esetén a gamma-eloszlás a magas Fourier-együtthatók értékeire nem illeszkedik.

A spektrumsimítást a Fourier-mátrix (SGN) minden egyes sorára végzett gamma-függvény illesztéssel, majd annak átlagával (μ) és szórásával (σ) vett normalizációs korrekcióval érjük el, az alábbi képlet szerint:

$$SGN'(i,:) = \frac{SGN(i,:) - \mu}{\sigma} \tag{50}$$

ahol SGN' a már spektrumsimított Fourier-mátrixot jelöli, az $(i,:)$ szimbólum pedig az adott mátrix i-edik sorának valamennyi elemét. Az $SGN(i,:)$ jelöléssel ellátott i-edik mátrixsor tehát egy, az SGN mátrix oszlopszámával megegyező elemszámú vektorral egyenértékű.

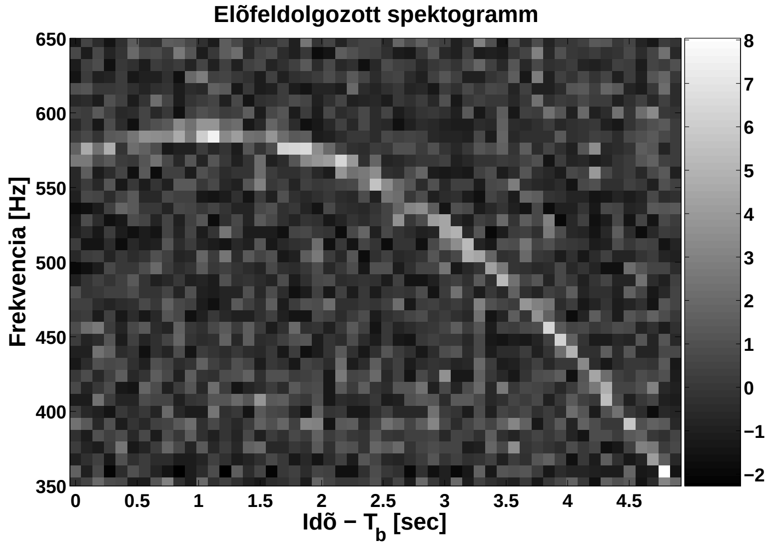
A korábban már említett alacsony és esetlegesen a magas Fourier-együttható értékeknél tapasztalható eltérések a gamma-függvénytől a függvényillesztésnél kapott átlagot és szórást meghamisíthatják. Éppen ezért e két tartományt, azaz az adott sor Fourier-együtthatói közül a legmagasabb és legalacsonyabb értékek bizonyos százalékát érdemes az illesztés során figyelmen kívül hagyni (a magas értékeket azért, mert előre nem tudhatjuk, hogy az adott sor tartalmaz-e jelből származó járulékot). A kihagyás százalékos mértékét a program paramétereként adhatjuk meg.

A spektrumsimításnál azonban a fentieknél hatékonyabban is képesek vagyunk eljárni, ha figyelembe vesszük, hogy azonos spektrális érzékenységgel gyűjtött, az eddigiek alapján azonos módon feldolgozott adatsorok Fourier-mátrixai soronként azonos torzulásnak lesznek kitéve. Ilyen, különböző adatsor-szakaszok Fourier-mátrixainak azonos sorai tehát egymással normálhatók.

Két lehetőségünk van tehát. Amennyiben ki tudjuk választani a végtelen adatsor olyan szakaszát, amelyről valamilyen módszerrel megbizonyosodtunk, hogy gravitációshullám-jelet nem, csupán zajt tartalmaz, annak megfelelő méretű Fourier-mátrixát az adatsor többi szakaszának normálásához fel tudjuk használni. Ezzel a gamma-függvény illesztésnél kihagyott Fourier-együtthatók száma jelentősen csökkenthető (pl. a magas értékeknél - jel hiányában - nem is szükséges vágást alkalmazni). A módszer hátránya viszont, hogy nem veszi figyelembe az adatsor (a zaj) karakterisztikus jellegének esetleges időbeli változását, ami normáláskor a mátrixsorok eloszlásának hamis torzulását eredményezheti.

Ennek kiküszöbölésére egy másik módszert is kidolgoztunk, amely jól automatizálható, de hasonlóan az előzőhöz, csupán kompromisszumos megoldást jelent. Az egyes Fourier-mátrixok normálásához itt nem a mátrix saját sorait, hanem egy olyan mátrix sorait használjuk, amelyhez tartozó adatszakasz a normálni kívánt Fourier-mátrix adatszakaszát meghatározott mértékű idővel megelőzi a végtelennek tekintett adatsorban. Az időeltolás mértékét bemeneti paraméterként is meghatározhatjuk, de analíziseink során mindig az adott adatszakaszt közvetlenül megelőző, azonos hosszúságú szakasz előfeldolgozásával nyert Fourier-mátrixot használtuk fel normálásra. Ezzel tehát a gamma-illesztésnél kihagyott elemek száma lecsökkenthető, a zaj karakterisztikus jellegének esetleges időbeli változását is képesek vagyunk korrigálni, cserébe viszont gravitációshullám-jel jelenlétének bizonytalansága miatt ugyanúgy kell vágást alkalmaznunk a magas értékű Fourier-együtthatók között is.

Az előfeldolgozó eljárások eredményeként előállt Fourier-mátrixot az 16. ábrán szemléltetjük.



16. ábra. Az előfeldolgozó eljárások eredményeként kapott szűrt, spektrum-simított Fourier-mátrix. A megjelenített tartományt a jel lokális környezetére szűkítettük.

5. Az analízis: képfeldolgozó eljárások

Programunk a jelkeresést a Fourier-mátrixok további feldolgozásával végzi el. Ahogy korábban már a (4.1.2) alfejezetben szerepelt, feladatunk, hogy olyan jeleket keressünk a detektorok adatsorainak zajkörnyezetében, amelyek frekvenciája az idő valamilyen polinomiális - esetünkben lineáris vagy kvadratikus - függvénye. Ez azt jelenti, hogy az adatsor transzformációja révén kapott Fourier-mátrix zajos környezetében jel jelenléte esetén polinomiális görbék jelennek meg - a keresés során tehát ezeket kívánjuk azonosítani, és illesztés révén paramétereik értékeit meghatározni. A jelek eredményeként az idő-frekvencia térben előállt polinom-görbéket a Fourier-mátrixon belüli lokális együttható-maximumok rajzolják ki. Ha tehát a mátrixbeli elemek értékeit szürkeárnyalatos ábra különböző tónusainak feleltetjük meg (16. ábra), úgy a zajos környezetben végzett polinomgörbe-keresés egy képfeldolgozási problémává alakítható.

A feladat elvégzésére két, egymástól független eljárást dolgoztunk ki a keresés sajátosságaira specializálva: az ún. Locust-algoritmust, és a Hough-transzformációra alapozott keresési eljárást. A két keresési módszer együttes alkalmazása révén a jelkeresést nagyobb érzékenységgel tudjuk elvégezni.

5.1. A Locust-algoritmus

A Locust-algoritmus a jelek keresését lokális vándorlás útján végzi el. A zajos mátrix egy adott, lokális maximumáról indulva az algoritmus időben előrefelé haladva egy bemeneti paraméterként megadható nagyságú területen keresi meg az újabb lokális maximumot. A mátrix ezen pontját kinullázza, majd annak koordinátáiból indulva az eljárást ciklikusan ismétli. A vándorlás a mátrix valamelyik szélének eléréséig, vagy a vizsgált környezeten belül zérus értékű lokális maximum észleléséig tart. A lokális maximumok értékei és koordinátái külön fájlban kerülnek eltárolásra, az algoritmus pedig a mátrixon újra és újra végighaladva azt ilyen, lokális maximumokból álló görbékre bontja szét. E görbék további feldolgozását egy jelmegjelenítő programrész végzi.

5.1.1. Jelek keresése

A program ezen részének feladata tehát, hogy lokális maximumokból álló görbéket keressen a Fourier-mátrix zajos környezetében. Ehhez a program ezen részének bemeneteként adott Fourier-mátrix egy külső ascii adatfájlból olvasható be, vagy a program megelőző lépéséből direkt módon is továbbadható. A bemenetként adott Fourier-mátrix elemei mind nem-negatívak. A Locust-algoritmus bemeneti paraméterként további három, nem-negatív egész (integer) érték megadását igényli, amelyeket a program a 'Length', 'RadiusX' és 'RadiusY' változók nevek alatt tárol. A Locust-algoritmus lépései a következők:

1. Kiválasztjuk a mátrix j-edik oszlopát, és annak nemzérus elemeinek sorkoordinátáját egy külön vektorban ($'Index'$) tároljuk el. Az eljárás kezdetén j értéke 1. Amennyiben a $j + RadiusX + 1$ kifejezés értéke meghaladja a mátrix oszlopainak számát, a keresés befejeződik.

2. Kiválasztjuk a mátrixoszlop első/következő nemzérus elemének sorkoordinátáját (az $'Index'$ vektor első/következő elemét), hogy az a jelkeresés kiinduló sorkoordinátája legyen. Legyen ez a sorkoordináta $'i'$. Ekkor a keresési eljárás kezdőpontja a mátrixon belül az $[i; j]$ koordinátákkal jellemezhető. Amennyiben a j-edik oszlop valamennyi nemzérus elemét (az $'Index'$ vektor valamennyi elemét) felhasználtuk már ilyen keresési kezdőpontként, visszatérünk a Locust-algoritmus első lépéséhez úgy, hogy $'j'$ értékét eggyel megnöveljük ($j_j = j_{rgi} + 1$).

3. Megkeressük az alábbi parciális mátrix ($'A'$) legnagyobb értékű elemét:

$$A(p,q) = \text{Bemeneti mátrix}(\ i - RadiusY + p - 1\ ,\ j + q\ ) \qquad (51)$$

ahol a $'p'$ sorkoordináta értékei 1-től $2 \times RadiusY + 1$-ig haladnak, míg a $'q'$ oszlopkoordináta értékei 1-től $RadiusX + 1$-ig. Ez a mátrix lényegében a Fourier-mátrix $[i;j]$ pontjának lokális együttható-környezetét fedi le, időben szigorúan előrefelé haladva. Amennyiben $'A'$ maximális eleme zérus értékű, a program visszaugrik az algoritmus második pontjához, ahol az $'Index'$ vektor következő elemét választjuk ki $'i'$ kezdő-sorkoordinátának. Ha $'A'$ maximális eleme nem zérus értékű, úgy a program megismétli az algoritmus harmadik lépését, $'i'$ és $'j'$ értékei helyére a maximális elem sor- és oszlopkoordinátáit választva (a keresés pillanatnyi koordinátáit egy-egy ideiglenes változóban tároljuk, $'i'$ és $'j'$ értékei tehát nem kerülnek felülírásra). Ha a program ezen, harmadik algoritmus-lépést ismételgetve eléri a mátrix valamelyik szélét, a program visszaugrik az algoritmus második lépéséhez.

A Locust-algoritmust alkalmazó programrész kimenete .mat fájlok egy halmaza, amely fájlok mindegyike egy különálló, végigkövetett és a mátrixban kinullázott lokális maximum-görbéhez tartozik. Ilyen .mat fájlok formájában csak olyan görbék tulajdonságai kerülnek tárolásra, amelyek pixelekben mért hossza a keresés során a program $'Length'$ bemeneti paraméterének értékét meghaladta. Ezen .mat fájlok mindegyike öt elmentett változót tartalmaz, amellyekkel a hozzájuk tartozó görbéket jellemezni tudjuk. Az öt változó a következő: $'Time'$, $'SignalLength'$, $'Signal'$, $'SizeY'$, $'SizeX'$.

A $'Time'$ változó az adott görbe első pixeléhez tartozó időpontot tartalmazza másodpercekben mérve. Amennyiben a görbe első pixele az eredeti mátrix n-edik oszlopában található, a görbéhez tartozó $'Time'$ változó a $T_b + (n-1) \times \Delta t$ értéket veszi fel, ahol T_b a mátrix első oszlopához tartozó detektálási időt, Δt pedig a két mátrixoszlop közötti időlépés nagyságát jelzi, mindkettőt másodpercekben mérve.

A $'SignalLength'$ változó a megtalált görbe hosszát tartalmazza másodpercekben mérve, ami a görbe pixelekben mért hosszának Δt-szeresével egyezik meg.

A $'Signal'$ változó egy $N \times 3$ méretű mátrix, amelyben minden sor a görbe egy megtalált pixeléhez tartozik (tehát N a görbéhez tartozó talált pixelek száma). A $'Signal'$ mátrix első oszlopa tartalmazza a görbe adott pixelének értékét az eredeti mátrixban, míg második és harmadik oszlopa rendre az adott pixel mátrixbeli sor- és oszlopkoordinátáját rögzíti.

$'SizeY'$ és $'SizeX'$ változók értékei rendre a Fourier-mátrix sorainak és oszlopainak számát jelölik.

5.1.2. A jelek megjelenítése

A Locust-algoritmuson alapuló keresési eljárás utolsó lépése egy "jel-megjelenítő" programrész futtatása. Ez a .mat fájlokban tárolt görbék közül kiválasztja mindazokat, amelyeket potenciálisan gravitációshullám-jel(ek) járulékának ítél a Fourier-mátrixban, e görbéket és paramétereiket pedig a felhasználó számára megjeleníti. A Locust-algoritmus által talált görbékből a gravitációshullám-jel tulajdonságainak visszakövetkeztetését a görbékre illesztett függvénygörbe paramétereinek megadásán keresztül érjük el. E programrész bemeneti paraméterei a következők:

- a könyvtár neve, amely a Locust-algoritmussal dolgozó programrész összes kimenetként adott 'Signal*.mat' nevű fájlját tartalmazza, amelyeket egy adott Fourier-mátrixra végzett keresési ciklusából kapunk.
- azon görbék száma, amelyeket a program potenciális jel részeként kezel. E paraméter a 'cut' nevet viseli, és értékének megadása indirekt módon történik. 'cut' értéke azon görbék száma lesz, amelyek egy megtalált pixeljére vett átlagos értéke egy önkényesen választott $'CutIndex'$ értéknél nagyobb. Valójában tehát a $'CutIndex'$ az a paraméter, amit bemenetként a programnak megadunk.
- az immár jel járulékának tekintett görbékre illesztendő polinom fokszáma, amely értéket az $'order'$ változó neve alatt tárolunk.

A program ezen része beolvassa a bemeneti könyvtár összes 'Signal*.mat' nevű fájlját, majd kiszámítja minden egyes ilyen fájlban tárolt görbére az adott görbe egy pixelre jutó együtthatóérték-átlagát (ez az előzőek alapján a fájlban tárolt $'Signal'$ mátrix első oszlopában található elemek átlagát jelenti). Amennyiben ez az átlagos érték a bemenetként megadott $'CutIndex'$ értéknél nagyobb, a görbe pixeljeinek értékét az eredeti Fourier-mátrixéval megegyező méretű null-mátrix megfelelő pixeljeihez hozzáadja, majd az így kapott, csak a görbe megtalált pixeljeiben nem zérus (e pontokban a görbe megfelelő pontjának értékét felvevő) mátrixot szürkeárnyalatos képként kirajzolja. A görbe pontjainak mátrixbeli koordinátáit e programrész a fájlból beolvasott $'Signal'$ mátrix második és harmadik oszlopából kapja meg (lásd (5.1.1) alfejezet leírása a $'Signal'$ változóra vonatkozóan).

A $'cut'$ számú görbe külön-külön történő ábrázolása után a program a kiválasztott görbéket egy ábrán is kirajzolja. Az eredményül kapott $'cut'+1$ számú ábra (17. ábra) opcionálisan egy szabadon megadható képformátumban fájlba menthető. A $'cut'$ számú görbét ezután egyetlen jel járulékaként kapott polinomiális görbének tekintve, ahhoz a jelmegjelenítő programrész egy megadott fokszámú polinomot illeszt. Az illesztés során a görbék pixelértékeit súlyozás formájában vesszük figyelembe, az alábbiak szerint.

A polinomillesztés során célunk az, hogy az alábbi $'S'$ függvény abszolút minimumát megtaláljuk. A $'S'$ függvény lényegében az illesztett polinom paramétereinek függvényében az illesztett polinomgörbe súlyozott távolságainak pontról pontra vett összegét adja meg a keresés során talált görbéktől. A görbék távolságát, azaz az $'S'$ függvényt az alábbiak szerint definiáljuk:

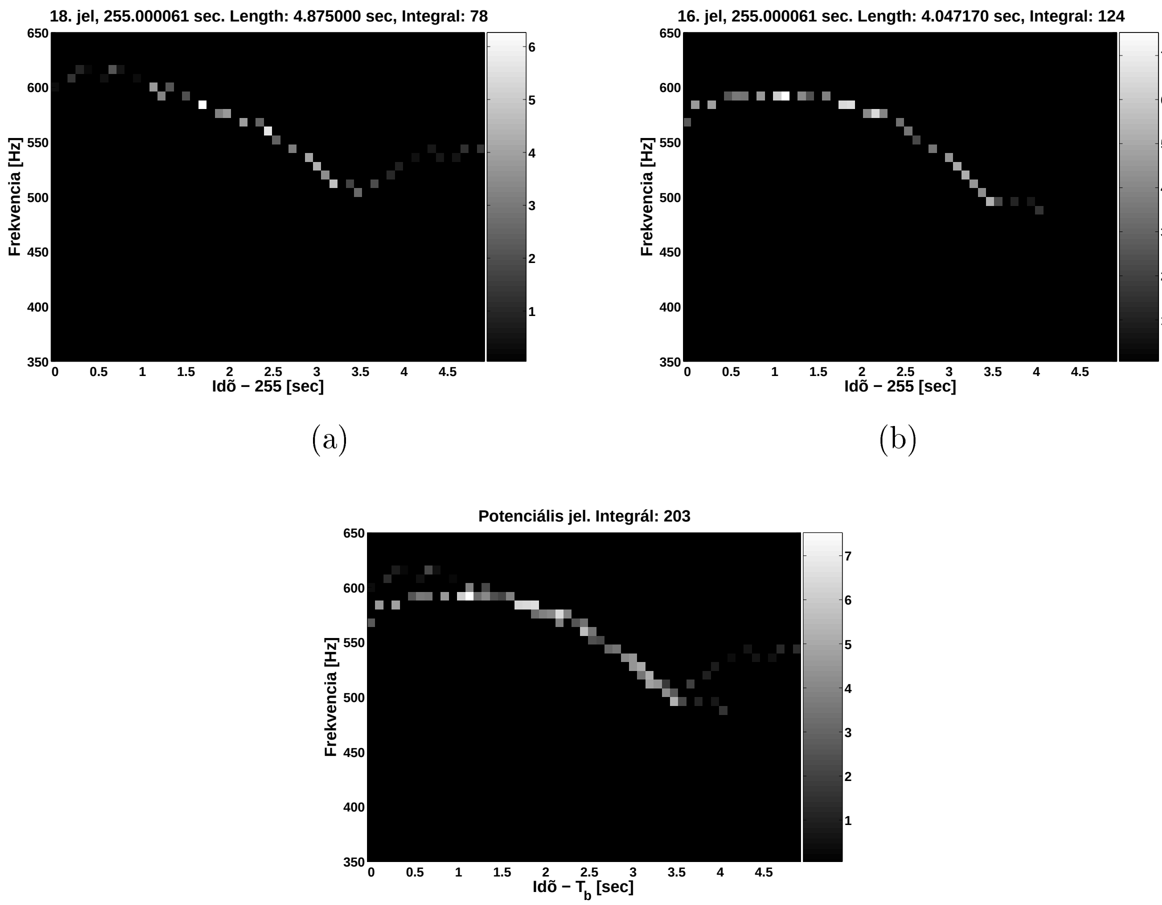
$$S(a_0, a_1, a_2 ... a_{order}) = \sum_{i=1}^{cut} \sum_{j=1}^{N_i} A_{ij} \quad \times \tag{52}$$
$$\times \left[y_{ij} - a_0 x_{ij}^0 - a_1 x_{ij}^1 - a_2 x_{ij}^2 - ... - a_{order} x_{ij}^{order} \right]^2$$

ahol a képletben szereplő kifejezések jelentése a következő:

$a_0, a_1, a_2, ... a_{order}$ - az illesztett polinom együtthatói, i - az aktuálisan kezelt talált görbe sorszáma, j - az $'i'$-edik görbe adott pontjának sorszáma (azaz a görbe $'Signal'$ mátrixának $'j'$-edik sora), N_i - az $'i'$-edik görbe pontjainak száma, A_{ij} - az $'i'$-edik görbe $'j'$-edik pontjának értéke a Fourier-mátrixban, $[y_{ij}; x_{ij}]$ - az $'i'$-edik görbe $'j'$-edik pontjának (rendre: sor- és oszlop-) koordinátái a Fourier-mátrixban.

Az $'S'$ görbékre összegzett távolságfüggvény illesztési paraméterekre vett minimumának keresése egy lineáris egyenletrendszer megoldására vezethető vissza. A megoldandó egyenletrendszer a következő:

$$\frac{\partial S}{\partial a_k} = 0; \forall k \tag{53}$$



17. ábra. A Locust-algoritmus által talált elemi görbék (a-b), és a két görbe együttes ábrázolásával kapott potenciális GW-jel járulék a Fourier-mátrixban. A Locust-algoritmus által elkülönített elemi görbék közül a program jelmegjelenítő része azokat ábrázolja, amelyek egy pixeljére jutó átlagértéke egy önkényesen választott vágási paraméternél nagyobbak (jelen esetben két ilyen görbét: a,-t és b,-t). Az ábrázoláshoz a görbék pontjait az eredeti Fourier-mátrix zérusra redukált változatához adjuk hozzá a megfelelő koordinátákban. Az ábrán a Fourier-mátrix megjelenítését a jel lokális környezetére szűkítettük.

ami (52) alapján átírható a következő vektoregyenlet-alakra:

$$\vec{v} = \mathbf{M}\vec{a} \tag{54}$$

ahol a vektoregyenletben szereplő $\vec{v}$, $\vec{a}$ vektorokat és az $\mathbf{M}$ lineáris operátor mátrixszát a következőképp definiáljuk:

$$v_k = \sum_{i=1}^{cut} \sum_{j=1}^{N_i} A_{ij} y_{ij} x_{ij}^k \tag{55}$$

$$M_{kl} = \sum_{i=1}^{cut} \sum_{j=1}^{N_i} A_{ij} x_{ij}^{(k-1)+(l-1)} \tag{56}$$

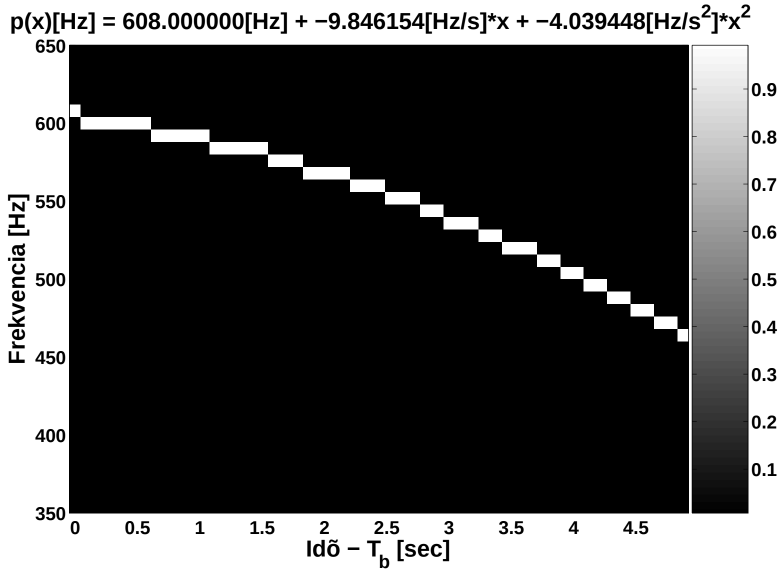
$$a_k = a_{k-1}. \tag{57}$$

Az $\vec{a}$-t definiáló, utolsó egyenlet bal oldalán az $\vec{a}$ vektor k-adik eleme, míg jobb oldalán az illesztett polinom $k-1$-edik együtthatója szerepel. A mi feladatunk tehát $\vec{a}$ vektor elemeinek megadása, azaz a definíciónknak megfelelő, legtökéletesebben illeszkedő görbéjű polinom együtthatóinak meghatározása. Ehhez nincs más dolgunk, mint az M_{kl} mátrixot invertáljuk, és ezen inverz mátrixnak megfelelő operátort a $\vec{v}$ vektorra hattatjuk. Az eredményül kapott vektor a $\vec{a}$ vektor lesz:

$$\vec{a} = \mathbf{M}^{-1}\vec{v} \tag{58}$$

Az illeszteni kívánt polinom paramétereinek ismeretében a polinom görbéje - csakúgy, mint a többi görbe - ábrázolható a kinullázott Fourier-mátrixban (az illesztési paraméterek megadásával együtt, 18. ábra), az ábra pedig úgyanúgy a megadott képformátumban, opcionálisan elmenthető.

Megjegyezzük, hogy a Locust-algoritmussal, és az ahhoz tartozó jelmegjelenítéssel dolgozó jelkereső program - mint minden jelkereső program - kimenete alapvetően kétféle lehet: pozitív vagy negatív riasztás, annak megfelelően, hogy a program talált potenciálisan gravitációshullám-jel járulékának tulajdonítható görbé(ke)t, vagy sem. Ez a konkrét esetünkben attól függ, hogy a Locust-programrésszel kiválogatott görbék között a program



18. ábra. A Locust-algoritmussal talált potenciális jelgörbére (17. ábra) illesztett másodfokú polinomgörbe.

képes-e találni olyat, amelynek egy pontjára jutó átlagos értéke a beállított $'CutIndex'$ értéknél nagyobb. A kétféle kimeneti üzenethez azonban ezután már tetszőleges fizikai kimenet rendelhető: elmentett képfájlok, adatfájlok, képernyőn megjelenített üzenet, stb. Mindez csupán a program felhasználói beállításaitól függ.

5.2. A Hough-transzformáción alapuló jelkeresési módszer

Az előzőekben megismert, Locust-algoritmussal és annak jelmegjelenítő programrészével dolgozó jelkeresési módszer egy Hough-transzformációt alkalmazó jelkereső programrésszel helyettesíthető. A két módszer párhuzamos alkalmazásával - mivel különféle adottságokkal bíró görbékre érzékenységük eltérő - jelkeresésünk hatékonysága jelentősen megnövelhető.

A Hough-programrész bemenete a Locust-éhoz hasonlóan a Fourier-együtthatók mátrixa. Ezen felül a keresést megelőzően, bemeneti paraméterként szükséges a programnak megadni egy dimenzióparaméter-értéket, $'D'$-t, amely a Hough-tér dimenziószámát (az illesztési paraméterek terének dimenziószámát), egyben a görbeillesztéshez használt polinom fokszámát is megadja. Ez utóbbi fokszám $D-1$-gyel lesz egyenlő.

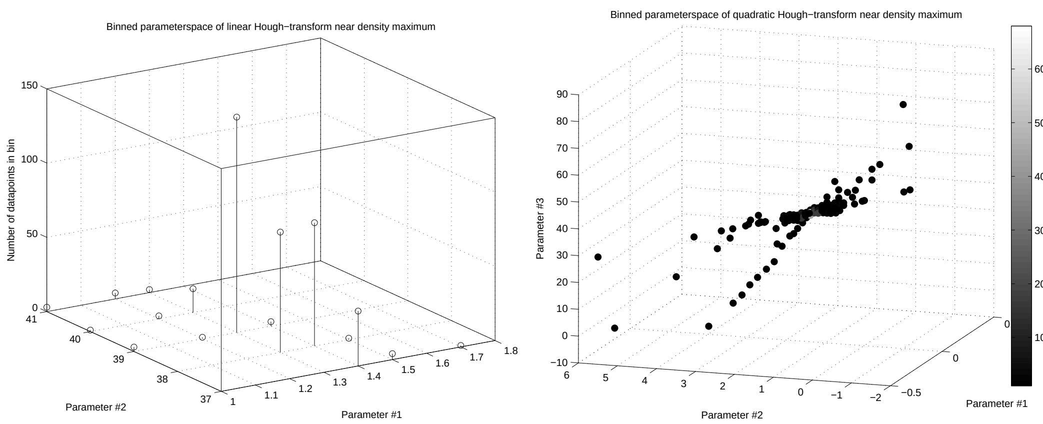
A $'D'$ paraméter értékének ismeretében a program kiválasztja a Fourier-mátrix $'D'$ tetszőleges nemzérus elemét, és ezekre egy $D-1$ fokú polinom görbéjét illeszti. Az illesztés $'D'$ darab paraméterét a program egy mátrix egy sorában tárolja el. A program ezután újabb $'D'$ nemzérus Fouriermátrix-elemet választ ki (amelyek között szerepelhet korábban már kiválasztott elem, de azonos elemekből álló elem-$'D'$-esek nem alakulhatnak ki a feldolgozás során), újabb görbeillesztést végez el, az új paramétereket pedig a kimeneti mátrix következő sorában tárolja el.

Az elemkiválasztás és görbeillesztés addig folytatódik, míg a program a Fourier-mátrix nemzérus elemeinek valamennyi kombinációján végighaladt már. Ha a bemeneti Fourier-mátrix $'N'$ nemzérus elemet tartalmaz, ez $\binom{N}{D}$ ilyen ciklus végigfuttatását jelenti. Ez a kimeneti mátrixban $\binom{N}{D}$ sort (és D oszlopot) eredményez. Megjegyezzük, hogy a fenti, a képfeldolgozásban gyakran használt transzformációs eljárást nevezik Hough-transzformációnak.

Ha a lehetséges illesztési paraméterek terét (a Hough-teret) tekintjük, a kimeneti mátrix minden egyes sora egy térbeli pont koordinátáit fogja megadni. Amennyiben egy esetleges adatsorbeli GW-jel valóban egy $D-1$ fokú polinom görbéjének megfelelő járulékot ad az adatsor-szakasz Fourier-mátrixában, a Hough-térben a polinom paramétereinek lokális környezetében a keresés során kapott pontok besűrűsödnek (hiszen ekkor sok olyan pont-$'D'$-es lesz, ami e polinomgörbére jól illeszkedik). Megfelelő jel hiánya esetén a paramétertér-beli pontok egyenletesen töltik ki a teret. A pozitív riasztás feltételét tehát a kereséssel kapott Houghtér-beli pontok egy meghatározott méretű tartományon belüli kritikus sűrűségéhez köthetjük.

A kritikus sűrűséghez kötött feltétel teljesülésének vizsgálatához a pontokat nagyobb dobozokba gyűjtjük össze (19. ábra), és a későbbiekben már csak az egyes dobozokban lévő pontok számával dolgozunk. Mivel esetünkben a polinom illesztési paraméterei 1-1 nagyságrenddel térnek el egymástól, a dobozokba gyűjtést egyszerű kerekítéssel végeztük el: az egyes paramétereket saját nagyságrendjüknél eggyel nagyobb nagyságrendű értékhez kerekítettük. Ezzel lényegében a pontokat olyan D-dimenziós téglatest dobozba foglaltuk, amelynek oldalai egzaktul $1:10:100:...:10^{D-1}$ módon aránylanak egymáshoz.

A dobozba foglalásnál tehát a Hough-transzformáció kimeneti mátrixának

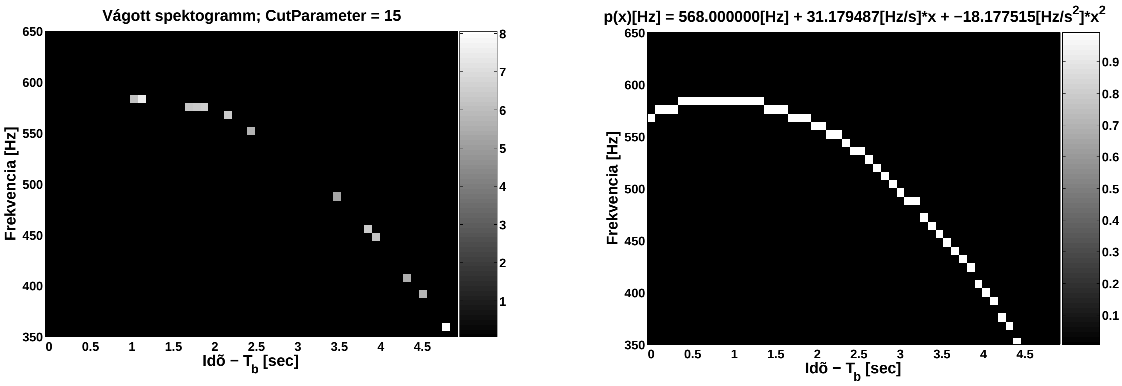


(a) (b)

19. ábra. A Hough-algoritmus által végzett illesztés paramétertere lineáris (a) és kvadratikus (b) illesztés esetén. A paramétertérben kapott pontokat dobozokba gyűjtve a dobozbeli elemek számát lineáris esetben a z-tengelyen ábrázoljuk, kvadratikus esetben pedig a megjelenített pontok szürkeárnyalatát tettük e mennyiséggel arányossá. Rendre lineáris és kvadratikus jelek adatsorbeli jelenléte esetén a paramétertérbeli pontok a tér egy kis környezetében (t.i. a jel valódi paraméterei által kijelölt pont körül) összesűrűsödnek, az ezen tartományt magába foglaló dobozban lesz a pontok száma maximális. Az ábrákon megjelenített tartományok a jelek valódi paramétereinek lokális környezetét ábrázolják.

minden egyes elemét oszlopának megfelelő nagyságrendben kerekítjük. A kerekítés így sok esetben azonos sorokat eredményez a mátrixon belül. Minden egymástól különböző sorból egyet megtartunk, és a megmaradt sorok eddigi elemeihez utolsónak egy újabb elemet illesztünk (az eddigi D oszlopszámú mátrix így $D+1$ oszloppal rendelkezővé válik), amelyben a megfelelő sorral azonos (korábbi) sorok számát írjuk be. A kritikus sűrűség átlépését vizsgálhatjuk aszerint, hogy e kimeneti mátrix utolsó oszlopának elemei között van-e olyan, amely egy önkényesen meghatározott, bemeneti paraméterként megadott vágási értéket meghalad. Amennyiben igen, a program pozitív, ellenkező esetben negatív riasztást ad.

Az illeszteni kívánt polinomgörbe paramétereinek automatikusan a legnagyobb utolsó elemű sor elemeit választjuk - 1-től D-ig. Amennyiben több ilyen maximális utolsó elemű sora van a mátrixnak, a program ezek közül az elsőt választja ki az illesztéshez. A polinom paramétereinek ismeretében annak görbéjét már a korábban megismert képi formában ábrázolhatjuk, és akár képfájlban is elmenthetjük (20. ábra).



20. ábra. A Hough-transzformációt megelőzően a Fourier-mátrix elemei közül csak a 'CutParameter' számú, legnagyobb értékű elemeket tartjuk meg. Másodfokú Hough-transzformáció esetére az ilyen módon előkezelt Fourier-mátrixot 15 meghagyott ponttal a bal oldali ábra mutatja. A Hough-algoritmus által e pontokra illesztett polinomgörbe a jobb oldali ábrán látható.

Ha a Hough-transzformációt a nyers Fourier-mátrixra próbáljuk lefuttatni, a program futási ideje extrém hosszú is lehet (N nemzérus elemre a programnak $\sim N^D$ nagyságrendű transzformációt kell elvégeznie). Szerencsére a mátrix valamennyi nemzérus pontjára - tipikusan az alacsonyabb értékű, zajból eredeztethető pontokra - nincs is szükség a kereséshez. Éppen ezért ésszerű, hogy a mátrix elemeiből csak meghatározott számút tartsunk meg a legmagasabb értékűek közül, míg a maradék tagokat zérus értékűvé redukáljuk (20. ábra). A Hough-program futtatása előtt ezért bemeneti paraméterként adjuk meg a meghagyni kívánt legnagyobb értékű mátrixelemek számát. A számot a $'CutParameter'$ változó tárolja a programban, és a program futási idejét figyelembevéve ennek értékét tesztjeink során 50-nek választottuk $D = 2$ (lineáris illesztés), míg 15-nek $D = 3$ (kvadratikus illesztés) alkalmazása esetén. Megjegyezzük ugyanakkor, hogy a $'CutParameter'$ értéke széles skálán, önkényesen változtatható a futásiidő-tolerancia és a jelek megtalálásához szükséges minimális elemszám függvényében.

5.3. Összefoglalás: a Locust-algoritmus és Hough-transzformáció összehasonlítása

A két keresési algoritmus ismeretében azok egymáshoz viszonyított előnyeit és hátrányait számbavehetjük. Amennyiben a jelhez tartozó Fouriermátrix-beli görbe szakadásokkal terhelt, azaz bizonyos elemei a (5.1.1) alfejezetben tárgyalt parciális mátrixokban nem képeznek lokális maximumot, a Locust-algoritmus egyébként összetartozó görbeszakaszokat külön görbék részeként azonosíthat, rosszabb esetben pedig akár a különválasztott görbék egy elemére jutó átlagos érték alacsonyabb volta miatt a keresés hamis, negatív riasztást is adhat. Szakadásos, és különösen sok pixelnyi szakadással rendelkező jelekre tehát a Locust-algoritmus rossz eredményeket adhat. A Locust-algoritmus előnye ugyanakkor a futási gyorsaság és a keresési eljárásnak az illeszteni kívánt polinom fokszámától való függetlensége.

A Hough-transzformáción alapuló keresési eljárásnál szakadások okozta hamis eredményektől nem kell tartani. A módszer hátránya viszont, hogy a transzformációs eljárás teljes mértékben függ attól, hogy a keresett jelgörbékre milyen polinom illeszkedését várjuk. Egyre magasabb fokszámú polinomok illesztésénél az elfogadható futási időhöz a nem kinullázott értékű pontok számát is drasztikusan csökkentenünk kell, ami a kevés pontra való illesztés miatt nagyon hamar téves jelek megtalálását eredményezi.

5.4. Érzékenységteszt és ROC-görbék

Amennyiben egy jelkereső algoritmus érzékenységét kívánjuk jellemezni, magától értetődően arra vagyunk kíváncsiak, hogy melyek azok legkisebb amplitúdójú jelek, amelyeket a keresőalgoritmussal még képesek vagyunk megtalálni egy zajos környezetben. A zaj statisztikus jellegéből fakadóan az algoritmus érzékenysége szintén csak statisztikai úton állapítható meg: ugyanazon jelet több száz/ezer zajmintához hozzáadva vizsgálhatjuk, hogy az esetek hány százalékában ad a keresőprogram helyes, pozitív riasztást. E tesztek során a zajmintákhoz adott jelek amplitúdóját csökkentve aztán a megtalálási valószínűséget az amplitúdó függvényében feltérképezhetjük.

Tetszőleges keresőprogrammal ugyanakkor elérhető (csupán egyetlen - vágási - paraméter megfelelő beállítása révén), hogy bármilyen kis jel adatsorbeli jelenléte, vagy akár jel hiánya esetén is az adatsorban jel jelenlétét detektálja. Egy keresőalgoritmus érzékenységének jellemzésénél ezért informatívabb azt megadni, hogy adott nagyságú jelet nagy számú zajmintához adva a keresési esetek hány százalékában detektálunk jelet, és ezen esetek hány százalékában detektáljuk az általunk a zajba beinjektált, valódi, ismert jelet.

Bármely jelkereső program rendelkezik tehát hamis riasztás és pozitív riasztás kimeneti esetekkel. Az előbbi esetben a program hamis jelet érzékel (azaz a zaj egy szegmensét jelzi jelnek), utóbbi esetben pedig összefoglalóan jelet jelez. Ideális az a helyzet, ahol a pozitív riasztások száma magas, a hamis riasztások száma pedig alacsony (tehát a pozitív riasztások többsége valódi GW-jelek megtalálását jelenti).

A pozitív és negatív riasztás esetek szétválasztását a program egy meghatározott kimeneti érték egy bemenetként megadott vágási paraméterrel való összehasonlítása révén végzi el. A Locust-algoritmusnál ez az összehasonlítás a talált görbék egy elemére jutó átlagos érték és a $'CutIndex'$ értéke között, míg Hough-algoritmusnál a Hough-térbeli dobozok elemszáma és egy beállított kritikus dobozbeli elemszám (sűrűség) között történik. Mindkét jelkeresési eljárás pozitív kimenetet ad, ha a kimeneti érték a vágási paraméternél nagyobb, és negatívat, ha kisebb.

Egy jelkereső algoritmus érzékenységét az algoritmust jellemző ún. ROC-görbével tehetjük szemléletessé. Az ROC-görbe lényegében a hamis riasztás aránya-pozitív riasztás aránya függvény grafikus ábrázolása. E függvény megállapításához először a vágási paraméter-hamis riasztás aránya, valamint a vágási paraméter-pozitív riasztás aránya függvényeket képezzük, majd e két függvényből a vágási paramétert kitranszformálva, a két aránymennyiséget egymás függvényében ábrázolva kapjuk meg az algoritmust jellemző ROC-görbé(ke)t.

A két kiindulási függvény megállapításához N darab, T másodperc hosszúságú mintára futtatjuk le a vizsgált algoritmust alkalmazó jelkereső programot. Amennyiben például a pozitív riasztás arányát kívánjuk vizsgálni, minden ilyen mintához csak egyetlen jelet adunk. Az aránymennyiségeket Hertzben is mérhetjük, ha az arányt nem mintaszám, hanem a teljes, másodpercekben mért mintasorozat-hosszúsághoz viszonyítva adjuk meg (tehát az X db találat/N db minta mennyiség helyett az X db találat/($N \times T$ másodperc) mennyiséget használjuk). Az N darab minta előállításához egységesen 5 másodperc hosszúságú zajmintákat használtunk fel a szimulált és a módosított LIGO zajból egyaránt. N értéke szimulált zajmintákra 319, módosított LIGO zaj esetén pedig 159. A zajmintákhoz adott jelek hosszúsága szintén 5 másodperc. A zajmintákhoz adott jelek amplitúdóitól függően a pozitív riasztások aránya a vágási paraméter, és így a hamis riasztás aránya függvényében más és más lesz. Az egyes jelamplitúdókhoz tehát külön ROC-görbék fognak tartozni.

5.4.1. A Locust-algoritmus ROC-görbéi

A Locust-algoritmus ROC-görbéinek megalkotásához az eljárás a következő. A vágási paraméter-hamis riasztási arány függvény felméréséhez kizárólag zajmintákat használunk, hozzáadott jel nélkül. A mintákon a Locust-keresést lefuttatjuk, a talált görbéket a .mat fájlokban eltároljuk. Ezután minden zaj minta minden egyes elkülönített görbéjének kiszámoljuk az integrálja/pixelszáma értékét, és minden zaj mintához hozzárendeljük saját görbéjei ezen értéke közül a legnagyobbat (ezzel N db ilyen számot kapunk). Hamis riasztást akkor kapunk az $'i'$-edik zajmintára, ha ez a maximális érték a $'CutIndex'$ (vágási) paraméter értékét meghaladja.

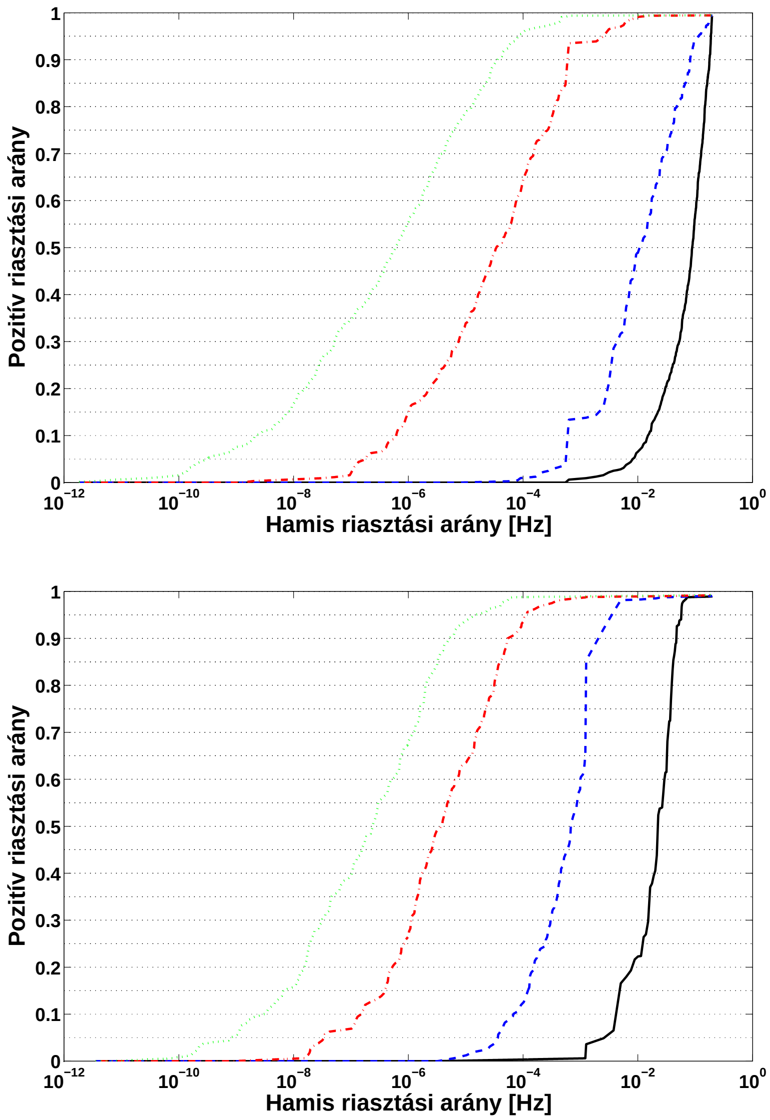
Különböző $'CutIndex'$-értékekhez tehát hozzárendeljük, hogy N-ből hány darab zajmintára kapunk hamis riasztást. Az arány értéke ábrázolva $'CutIndex'$ vágási paraméter függvényében adja a vágási paraméter-hamis riasztási arány görbét. A vágási paraméter-pozitív riasztási arány függvényt teljesen azonos módon kapjuk, csak bemenetnek ugyanazon N db zajmintát használjuk, amelyekhez hozzáadunk jel-tagot is (ahogy említettük, több ilyen függvény kapható több jelamplitúdóra). A Locust-algoritmus ROC-görbéjét végül úgy kapjuk, hogy e két függvényt összekombináljuk, a $'CutIndex'$ paramétert kitranszformálva. A $'CutIndex'$-pozitív riasztási arány függvény magasabb $'CutIndex'$-ekre is adott lesz empirikusan, ezen tartományra a $'CutIndex'$-hamis riasztási arány függvényt a rendre lineáris, és logaritmikus skálájú ábrán lineárisan extrapoláljuk.

A függvények összekombinálása következőképp történik: azonos $'CutIndex'$-értékhez ha tartozik hamis riasztási és pozitív riasztási arány, azokat egymásnak megfeleltetjük. Ha nem, egy adott hamis riasztási arányhoz tartozó $'CutIndex'$-hez ($CutIndex^H$) megkeressük a vágási paraméter-pozitív riasztási arány függvény értelmezési tartományának kisebb és nagyobb legközelebbi $'CutIndex'$ szomszédját ($CutIndex^P_<$ és $CutIndex^P_>$). Legyenek az ezekhez tartozó pozitív riasztási arányértékek rendre $PRA_<$ és $PRA_>$. Ekkor a $[CutIndex^P_<; PRA_<]$ és $[CutIndex^P_>; PRA_>]$ koordinátákkal jellemezhető síkbeli pontokra egyenest illesztve, ezen egyenest lineáris extrapolációként használva a $CutIndex^H$-hoz tartozó pozitív riasztási arányt ($PRA_=$) az egyenes paramétereinek ismeretében kiszámolhatjuk.

A fenti módszerrel tehát a teljes ROC-görbe legyártható. Eredményeinket az 21. ábrán mutatjuk be.

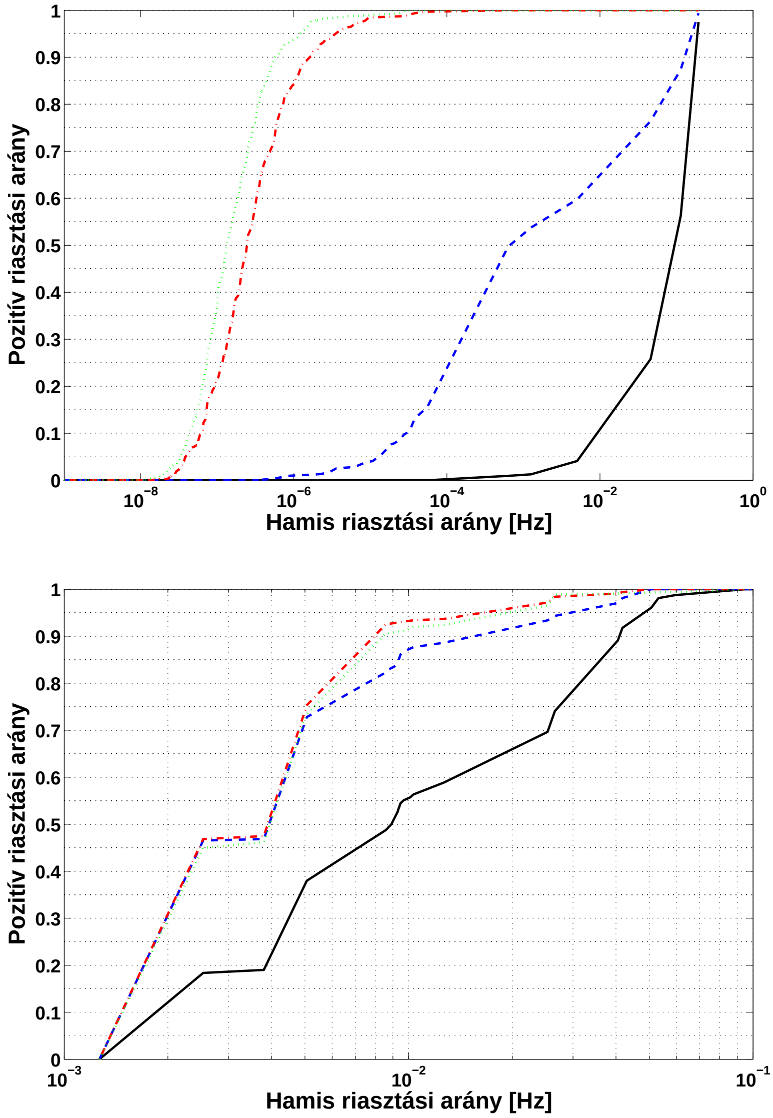
5.4.2. A Hough-algoritmus ROC-görbéi

A Hough-algoritmus esetén az eljárás azonos az előzőekben tárgyaltakkal, csupán a $'CutIndex'$ definícióját kell megváltoztatnunk. Ebben az esetben a pozitív-negatív kimenetek elkülönítéséhez a dobozolt Hough-tér dobozba zárt elemeinek maximumát kell hozzárendelnünk egy adott mintához. Ezután azt vizsgáljuk meg, hogy egy kiválasztott vágási paraméterre N-ből hány olyan minta lesz, amelyhez rendelt ilyen elem-maximum mennyiség a vágási paramétert meghaladja. Ha a minták kizárólag zajból állnak, ezzel a vágási paraméter-hamis riasztási arány függvényt, míg ha a minták zaj és jel együttes járulékából állnak, azzal a vágási paraméter-pozitív riasztási arányt függvényt kaphatjuk meg. E két függvényből aztán a Hough-algoritmus ROC-görbéi már a korábban megismert eljárással megkaphatók (22. ábra).



(a) (b)

21. ábra. A Locust-algoritmus ROC-görbéi szimulált zaj (felső ábra) és módosított LIGO zaj (alsó ábra) alkalmazása esetén. Az egyes görbék a különböző A amplitúdóval (lásd 4.1.2 alfejezet) beinjektált jelekhez tartoznak: $A = 0.03$ (fekete, folytonos görbe), $A = 0.05$ (kék, szaggatott görbe), $A = 0.08$ (piros, pont-szaggatott görbe), $A = 0.1$ (zöld, pontozott görbe).



(a) (b)

22. ábra. A Hough-algoritmus ROC-görbéi szimulált zaj (felső ábra) és módosított LIGO zaj (alsó ábra) alkalmazása esetén. A módosított LIGO zajt az analízist megelőzően normáltuk $\sigma = 5.7 \cdot 10^{-17}$ értékkel. Az egyes görbék a különböző A amplitúdóval (lásd 4.1.2 alfejezet) beinjektált jelekhez tartoznak: $A = 3\sigma \cdot 10^{-5}$ (fekete, folytonos görbe), $A = 5\sigma \cdot 10^{-5}$ (kék, szaggatott görbe), $A = 8\sigma \cdot 10^{-5}$ (piros, pont-szaggatott görbe), $A = 10\sigma \cdot 10^{-5}$ (zöld, pontozott görbe).

5.5. Az érzékenység növelésének további lehetőségei

Az eddigiek során jelkereséseinket egyetlen detektor adatsorát felhasználva végeztük. A keresési eljárás ugyanakkor nagyobb érzékenység mellett is kivitelezhető több, egymástól független detektor adatsorának összekombinálásával: a különböző detektorok adatsorainak zajjáruléka ugyanis jobban kiátlagolható, szemben a mindegyik adatsorban lényegében azonos módon megjelenő jel (összeadódó) járulékával.

Az (4.2) alfejezetben megismert Fourier-mátrix alkalmazása, amelyet az idő-amplitúdó adatsor áttranszformálásával kapunk, kézenfekvő megoldást nyújt különböző detektorok adatsorainak összekombinálására. E mátrixok komplex alakját jelöljük 's'-sel, legyen továbbá a két, független detektor egymásnak megfeleltetni kívánt adatszakaszainak komplex Fourier-mátrixa s_1 és s_2.

Amennyiben a keresett gravitációshullám-jel forrásának éggömbbeli pozícióját ismerjük, a két detektor adatsorában egymásnak megfeleltethető szakaszok között a forrás irányától és a detektorok távolságától függő, ismert nagyságú időkésés lép fel. Az időkésést kitranszformálva tehát a detektorok adatsorai párhuzamosan feldolgozhatók, összekombinálhatók. Ismeretlen elhelyezkedésű forrásra s_1 és s_2 összekombinálását időkésési paraméterek teljes, diszkrét halmazára kénytelenek vagyunk elvégezni (rendkívül időigényes módon) $\Delta t = 0s$-tól $\Delta t = \Delta t_{max}$-ig, ahol Δt_{max} a két detektor látszó távolságának maximuma a gravitációs hullámok sebességének feltételezett c értékével osztva.

s_1 és s_2 ismeretében végezzük el a következő műveletet:

$$c\,(m,n) = s_1\,(m,n)\, s_2^*\,(m,n) + s_1^*\,(m,n)\, s_2\,(m,n) \tag{59}$$

ahol s_i^* az s_i mátrix komplex konjugáltját jelöli. Az eredményül kapott $c\,(m,n)$ mátrixban (amennyiben az két detektor adatsora közti időeltolás jól lett megválasztva) a $h(t)$ jel-tag pozitív járulékot fog adni, míg az $n(t)$ zaj-tag pozitívat és negatívat egyaránt. Mivel negatív járulékot kizárólag a nem-korreláló zaj-tagból kaphatunk, $c(m,n)$ mátrix negatív elemeit érdemes kinullázni. Ugyanígy megtehetjük, hogy a megmaradt pozitív elemek közül a legalacsonyabb értékűek bizonyos százalékát szintén kinullázzuk.

Az adatfeldolgozás további lépései tehát már ezen $c(m,n)$ mátrixra végezhetők. A jel-tag lényegében négyzetre emelése, és a zaj-tag statisztikus kiátlagolódása révén az adatsorbeli jel-tagok kiemelése ezzel az eljárással tehát nagyobb érzékenység mellett végezhető el.

A Locust- és a Hough-alapú képfeldolgozó eljárások mellett egy harmadik, független lehetőséget is meg kívánnánk említeni a Fourier-mátrixban megjelenő jelgörbék keresésére. A Locust- és Hough algoritmusok hátránya ugyanis, hogy csak olyan jeleket képesek az adatsorok zajkörnyezetében megtalálni, amelyek pontjainak többsége a zajszint fölé emelkednek. Amennyiben ez a feltétel nem teljesül, jóllehet pl. egy monokromatikus jel folyamatos pozitív extra járulékot ad a zaj Fourier-együtthatóihoz, érdemes a Fourier-mátrix sorait időben összegezni. A jel állandó pozitív járuléka révén azon sorban kapjuk a legnagyobb integrálási eredményt, amelyhez a monokromatikus jel frekvenciája tartozik.

A fenti eljárás monokromatikus jelre kézenfekvően adódik. Az általunk keresett kvázi-monokromatikus (különösen ismeretlen módon, lassan, de folytonosan változó frekvenciájú) jelre ezen eljárás technikailag nehézkessé válik. Ilyen jelekre ugyanis csak akkor kapunk maximális sorintegrált, ha a mátrix oszlopait - a jel frekvencia-változását visszakompenzálandó - egymáshoz képest eltoljuk. Mivel a frekvencia-változást előre nem ismerjük, ilyen típusú analízishez a mátrix oszlopainak eltolására - bizonyos határokon belül - minden lehetséges kombinációt ki kell próbálnunk.

Ezzel a nevezett algoritmusban rejlő legfőbb technikai probléma világosan látszik: az analízishez szükséges számítási idő a mátrix oszlopainak számával exponenciálisan nő. Ez már alacsony oszlopszámra is olyan futási időket eredményezhet, ami az algoritmus alkalmazását a gyakorlatban lehetetlenné teszi. Mivel azonban ez az eljárás egyaránt képes a Locust- és Hough-eljárásoknál nagyobb érzékenységet produkálni, valamint szakadásokkal terhelt jelek megtalálására is tökéletesen alkalmas, a fejlesztés egyik alternatív útjaként mégis továbbgondolásra érdemesnek ítéljük.

6. Összefoglalás

A monokromatikus és kvázi-monokromatikus gravitációshullám-jelek keresése ma a gravitációs hullámok kutatásának egyik fő irányvonalát jelenti. Az ilyen jeleket kibocsátó források becsült nagy száma komoly lehetőséget és reményt nyújt az eddig csupán közvetett úton kimutatott gravitációs hullámok közvetlen detektálására.

Jóllehet ilyen típusú jelek keresését modellfüggetlenül is képesek vagyunk elvégezni, már létező elméleti modellek előrejelzései alapján folytatott célzott kereséssel a jelek megtalálásának valószínűségét nagyobbnak gondoljuk. Ilyen, modellspecifikus keresés negatív eredménye egyúttal az alkalmazott modell szabad paramétereire is korlátokat szab, ami elméleti modellek konfirmációját vagy épp elvetését teszi lehetővé.

Munkánk során két, egymástól függetlenül alkalmazható keresési algoritmust dolgoztunk ki, amelyek a monokromatikus és kvázi-monokromatikus jelek keresését az idő-frekvencia térben végzik. A két algoritmus együttes alkalmazása - a jelek más-más tulajdonságára való érzékenységük miatt - a jelkeresést nagyobb hatékonysággal képes elvégezni. Eljárásaink ismeretlen pozíciójú forrás jelét a néhány tized másodperc-perc skálán képesek megtalálni, ismert éggömbbeli elhelyezkedésű forrás jelére a keresési időtartam felső korlátja nagyságrendekkel tovább tágítható.

Az általunk kidolgozott Locust-algoritmus, mint képfeldolgozási eljárás néhány pixelnyi szakadásokkal terhelt, közel folytonos görbéket képes megtalálni egy mátrix zajos környezetében. Az eljárás a lokális vándorlás elvét követve a keresett görbét alkotó lokális maximumok mentén halad végig. Ilyen lokális maximumokból álló görbék az eredeti mátrix-környezetből kivágásra kerülnek, a mátrix ezáltal görbeseregre bomlik szét. Az algoritmus a görbék egy pixelre jutó átlagos értékét hasonlítja össze egy beállított vágási paraméterrel, és választ pozitív és negatív riasztási esetek közül annak megfelelően, hogy a vágási paraméternél nagyobb átlagértéket talált-e vagy sem. A módszer előnye a keresési gyorsaság, valamint az eljárás a megtalált jelekhez illeszteni kívánt görbéktől vett teljes függetlensége.

A Hough-transzformáción alapuló keresési eljárás a tetszőlegesen nagy szakadásokkal bíró görbék mátrixbeli megtalálását is lehetővé teszi. Az algoritmus a zajos mátrix legnagyobb értékű pontjai közül $D+1$ elemet kiválasztva azokra egy D-ed fokú polinomgörbét illeszt, az illesztési paramétereket, mint térkoordinátákat használva pedig az adott elem-$D+1$-est a paramétertér 1 pontjává transzformálja. A mátrix újabb és újabb $D+1$ elemével e transzformációt végrehajtva a program a paraméterteret pontokkal tölti meg. A program a paramétertér sűrűségeloszlásának lokális maximumát egy kritikus sűrűségértékkel hasonlítja össze, és ennek révén választ pozitív és negatív riasztási kimenetek közül. A Hough-algoritmus előnye a jelgörbék szakadásaitól való függetlensége, hátránya ugyanakkor a potenciálisan hosszú futási idő, valamint az eljárás adott polinomgörbékhez való szoros kötődése.

A fenti eljárások érzékenységének jellemzésére a statisztikai tesztekkel megadható ROC-görbéket használtuk. Az algoritmusok érzékenységének növelésére további lehetőségeket is kidolgoztunk, ezek két legfőbb képviselője a több detektor adatsorának korreláltatása az idő-frekvencia térben, valamint a Fourier-mátrixok időbeli kiintegrálásával a zajhatást kiátlagoló jelkeresési eljárás.

Jóllehet algoritmusaink általában véve alkalmasak monokromatikus és kvázi-monokromatikus jelek megtalálására, tesztjeink elvégzésére, valamint első alkalmazásként a gammasugár-kitörések egy új, és rendkívül ígéretes modelljének vizsgálatát tűztük ki célul. Az algoritmusok tesztelése során felhasználtuk a modell előrejelzéseit a potenciálisan kereshető jelek tulajdonságaira vonatkozóan, ilyen típusú jelek keresését valódi detektor-adatsorokban csupán engedélyezési eljárást követően, a közeljövőben végezhetjük el.

A LIGO kollaborációban való részvételünk a későbbiekben a LIGO adatsoraihoz való hozzáférést biztosítja. Terveink között szerepel ezért az algoritmusok további fejlesztése immár valós adatokon végzett tesztek segítségével, a nevezett, és további elméleti modellek górcső alá vétele.

Köszönetnyilvánítás

Mindenekelőtt köszönetet mondok témavezetőimnek, Márka Szabolcsnak (Columbia Univ., NY) és Frei Zsoltnak (ELTE), segítő és támogató munkájukért. Köszönetet mondanék továbbá Márka Zsuzsannának, Pozsgay Balázsnak, Kovács Tamásnak és Vigh Máténak a dolgozat átnézésében tett áldozatos munkájukért, hasznos megjegyzéseikért, segítő kiegészítéseikért. Végül köszönettel tartozom az ELTE Bolyai Kollégium közösségének, Galácz András és Patkós András igazgató uraknak az inspiráló szakmai környezet megteremtéséért.

Irodalomjegyzék

[1] R. A. Hulse & J. H. Taylor 1975, Astrophys. J., 195, L51-L53.

[2] J. H. Taylor 1994, Rev. Mod. Phys., 66, 711.

[3] A. Wolszczan 1991, Nature, 350, 688-690.

[4] I. H. Stairs et al. 2002, Astrophys. J., 581, 501-508.

[5] S. B. Anderson et al. 1990, Nature, 346, 42-44.

[6] T. A. Prince et al. 1991, Astrophys. J. Letters, 374, L41-L44.

[7] M. Burgay et al. 2003, Nature, 426, 531-533.

[8] V. Kalogera et al. 2004, Astrophys. J. Letters, 601, L179-L182., Korrektúra: 614, L137-L138.

[9] J. Weber 1960, Phys. Rev., 117, 306.

[10] http://www.ligo.caltech.edu/LIGO_web/other_gw/gw_projects.html

[11] R. Weiss 1972, Quarterly Progress Report of the Research Laboratory of Electronics, 105, 54.

[12] http://www.ligo.caltech.edu/

[13] http://www.ligo.caltech.edu/docs/G/G060054-00/G060054-00.pdf

[14] K. S. Thorne 1987, 300 Years of Gravitation, ed. Hawking, S. W. & Israel, W., Cambridge University Press, pp. 330 – 458

[15] http://www.ligo.caltech.edu/advLIGO/

[16] M. H. P. M. van Putten et al. 2004, Phys. Rev. D, 69, 044007

[17] http://www.ligo.org/

[18] http://wwwcascina.virgo.infn.it/

[19] http://tamago.mtk.nao.ac.jp/

[20] P. R. Saulson, "Fundamentals of interferometric gravitational wave detectors", World Scientific Publishing, 1994.

[21] K. S. Thorne 1987, "Gravitational Radiation" in 300 Years of Gravitation, ed. Hawking, S. W. & Israel, W., Cambridge University Press,

[22] C. Cutler & K. S. Thorne 2002, "An overview of gravitational-wave sources" review article; gr-qc/0204090

[23] E. E. Flanagan & S. A. Hughes 2005, "The basics of gravitational wave theory", New Journal of Physics különkiadás: Spacetime 100 Years Later; gr-qc/0501041

[24] N. Andersson & K. D. Kokkotas 2004, "Gravitational-wave astronomy: The high-frequency window", előadás, 2nd Aegean Summer School on the Early Universe; gr-qc/0403087

[25] C. W. Misner, K. S. Thorne & J. A. Wheeler 1970, "Gravitation", W. H. Freeman

[26] S. Weinberg 1972, "Gravitation and cosmology: principles and applications of the general theory of relativity", John Wiley and Sons

[27] B. F. Schutz 1990, "A first course in general relativity", Cambridge University Press

[28] C. Cutler & K. S. Thorne 2002, Proceedings of 16th international conference on General relativity and Gravitation (Eds N.T. Bishop and S.D. Maharaj) (2002); gr-qc/0204090

[29] S. A. Hughes, Sz. Márka, P. L. Bender & C. J. Hogan 2001, C. J. 2001, Proc. of the APS/DPF/DPB Summer Study on the Future of Particle Physics (Snowmass 2001) ed. Graf, N. eConf, C010630, 402, astro-ph/0110349

[30] R. A. Hulse & J. H. Taylor 1975, Astrophys. J., 195, L51.

[31] J. H. Taylor & J. M. Weisberg 1989, Astrophys. J., 345, 434.

[32] I. H. Stairs et al. 1998, Astrophys. J., 505, 352.

[33] C. Cutler & E. E. Flanagan 1994, Phys. Rev. D, 49, 2658.

[34] B. J. Owen 1996, Phys. Rev. D, 53, 6749.

[35] M. S. Turner 1997, Phys. Rev. D, 55, 45.

[36] C. J. Hogan 2000, Phys. Rev. Lett., 85, 2044.

[37] C. J. Hogan 2000, Phys. Rev. D, 62, 121302.

[38] B. Allen & J. D. Romano 2001, Phys. Rev. D, 59, 102001.

[39] M. Maggiore 2000, Phys. Rep., 331, 283.

[40] C. L. Fryer et al. 2002, Astophys. J., 565, 430-446.

[41] G. F. Marranghello et al. 2002, Phys. Rev. D, 66, 064027.

[42] K. Kotake et al. 2006, Rept. Prog. Phys., 69, 971-1144.

[43] M. H. P. M. van Putten 2002, előadás, GRBs in the Afterglow Era: 3rd Workshop, Rome; Report No.: LIGO-P030003-00-R

[44] K. C. Shourov 2005, Phd tézis, MIT, http://emvogil-3.mit.edu/ shourov/thesis/

[45] M. H. P. M. van Putten 2005, "Gravitational Radiation, Luminous Black Holes, and Gamma-Ray Burst Supernovae", Cambridge University Press

[46] R. Weiss 1972, Quarterly Progress Report of RLE, MIT, 105, 54.

[47] A. Buonanno & Y. Chen 2001, Phys. Rev. D, 64, 042006.

[48] S. A. Hughes & K. S. Thorne 1998, Phys. Rev. D, 58, 122002.

[49] T. Creighton, Phys. Rev. D, megjelenés alatt; gr-qc/0007050

[50] L. Amati 1999, Phd tézis, Universitadi Roma "La Sapienza", http://tonno.tesre.bo.cnr.it/ amati/tesi/

[51] C. Kouveliotou et al. 1993, Astrophys. J., 413, L101.

[52] W. S. Paciesas et al. 1999, Astrophys. J. Suppl., 122, 465.

[53] T. Piran & R. Sari 1998; A. V. Olinto, J. A. Friedman & D. N. Schramm (eds.) in 18th Texas Symposium Relativity, Astrophysics and Cosmology. Singapore: World Scientific, p. 34.

[54] T. Piran 1998, Phys. Rep., 314, 575.

[55] T. Piran 1999, Phys. Rep., 314, 575; ibid. 2000, Phys. Rep., 333, 529.

[56] P. Mészáros 2002, ARA & A, 40, 137.

[57] M. Metzger et al. 1997, Nature, 387, 879.

[58] J. I. Katz & L. M. Canel 1996, Astrophys. J., 432, L107.

[59] B. Paczynski & J. E. Rhoads 1993, Astrophys. J., 418, L5.

[60] M. H. P. M van Putten & A. Levinson 2003, Astrophys. J., 584, 937-953.

[61] C. Kouveliotou et al. 1993, Astrophys. J., 413, L101.

[62] J. Lense & H. Thirring 1918, Phy. Z., 19, 156.

[63] D. Eichler & A. Levinson 1999, Astrophys. J., 521, L117.

[64] B. Zhang & P. Mészáros 2002, Astrophys. J., 571, 876.

[65] E. Rossi, D. Lazzati & M. J. Rees 2002, MNRAS, 332, 945.

[66] R. Parna, R. Sari & D. A. Frail 2003, Astrophys. J., 594, 379.

[67] M. H. P. M. van Putten & T. Regimbau 2003, Astrophys. J., 593, L15.

[68] G. Cavallo & M. J. Rees 1978, MNRAS, 183, 359.

[69] B. P. Paczynski 1986, Astrophys. J., 308, L43.

[70] J. Goodman 1986, Astrophys. J., 308, L47.

[71] A. Shemi & T. Piran 1990, Astrophys. J., 365, L55.

[72] T. Piran 2004, Rev. Mod. Phys., 76, 1143-1210.

[73] J. E. Rhoads 1997, Astrophys. J., 487, L1.

[74] K. Z. Stanek et al. 1999, Astrophys. J., 522, L39.

[75] J. E. Rhoads 1999, Astrophys. J., 525, 737.

[76] R. Sari, T. Piran & J. P. Haplern 1999, Astrophys. J., 519, L17.

[77] R. Sari 2000, in R. M. Kippen, R. S. Mallozi & G. J. Fishman (eds.), "Gamma-ray burst", Fiftieth Huntsville Symposium (Conference Proceedings 526). New York: AIP (2000), p. 504.

[78] F. A. Harrison et al. 1999, Astrophys. J., 523, L121.

[79] J. P. Halpern et al. 2000, Astrophys. J., 543, 697.

[80] S. R. Kulkarni et al. 1998, Nature, 395, 663.

[81] S. R. Kulkarni et al. 1999, Nature, 398, 389.

[82] S. R. Kulkarni et al. 1999, Astrophys. J., 522, L97.

[83] A. S. Fruchter et al. 1999, Astrophys. J., 519, L13.

[84] D. A. Frail et al. 2001, Astrophys. J., 562, L55.

[85] J. S. Bloom, S. R.Kulkarni & S. G. Djorgovski 2002, Astron. J., 123, 1111.

[86] T. J. Galama et al. 1998, Nature, 395, 670.

[87] Y. Tanaka & W. H. G. Lewin 1997, in W. H. G. Lewin, J. van Paradijs & E. P. J. van den Heuvel (eds.), Cambridge: "Black hole binaries", Cambridge University Press, p. 126.

[88] L. Wang & J. C. Wheeler 1998, Astrophys. J., 508, L87.

[89] K. Z. Stanek et al. 2003, Astrophys. J., 591, L17.

[90] J. Hjorth et al. 2003, Astrophys. J., 423, 847.

[91] M. Della Valle et al. 2003, IAU Circ. No. 8197.

[92] M. Della Valle et al. 2003, A & A, 406, 33.

[93] G. Tagliaferri et al. 2004, IAU Circ. No. 8308.

[94] B. Thomsen et al. 2004, A & A, 419, L21.

[95] D. Malesani et al. 2004, Astrophys. J., 609, L5.

[96] A. Gal-Yam et al. 2004, Astrophys. J., 609, 59.

[97] W. Coburn & S. E. Boggs 2003, Nature, 423, 415.

[98] T. Piran 1999, Phys. Rep., 314, 575; ibid. 2000, Phys. Rep., 333, 529.

[99] L. Piro et al. 2000, Science, 290, 955.

[100] P. Mészáros 2002, ARA & A, 40, 137.

[101] D. Lazzati 2003, "30 Years of Discovery" in E. E. Fenimore & M. Galassi (eds.), Gamma-ray burst symposium (Conference Proceedings 727). New York: AIP (2004), p. 251.

[102] M. H. P. M. van Putten 2004, Astrophys. J., 611, L81-L84.